

子どもの空間認知と Piaget の 'topologie' についての一考察*

宮 下 英 明**

目 次

緒 言.....	1	(2) 数学的観点から為された批判	8
§ 1. 'Topological な関係'.....	3	§ 4. Piaget の 'topologie' の性格	9
§ 2. Piaget の実験とその結論	5	(1) '子どもの空間'	9
(1) 触知覚による図形知覚	5	(2) Piaget の 'topologie'	10
(2) 図形の模写	6	§ 5. 子どもの空間認知の研究に単純	
§ 3. Piaget 批判の部分的考察	6	図形を用いることの意義	11
(1) K. Lovell の批判	7	結 語.....	13

緒 言

Jean Piaget (1896—) が子どもの空間認知に関する研究を彼の著書 *La représentation de l'espace chez l'enfant* ([16]) によって世に問うて以来、既に 30 年余りが経過するが、その間、この研究は、彼のいくつかの有名な研究の中でもとりわけ、数学教育者の注目を集めてきた。何故なら、[16] のテーマは、子どもの自然な発達において空間の認知が先ず topological な空間的關係に基づき、以下 projective, euclidean な關係に基づく ([16, p. 7]) ということであったから、これを額面どおりに受け取る限り、幾何学的概念としては euclidean なものを先ず導入し、以下 projective, topological とつづく従来の幾何教育は、その合理性という点において、一つの反省的課題とならざるを得なかったからである。

Piaget のこの仮説は、したがって、学校数学の現代化運動において一躍注目的になった。しかし、現代化の運動の中では、この仮説に限らず、子どもによる数学的概念の獲得に関する Piaget の研究が広く注目されたのである。現代化の推進者達によって Piaget が如何にもてはやされたかは、“啓蒙家や教科書の著者は、自分の仕事を神聖

化するものとして Piaget の名前を濫用してきたのだ ([4, p. 662])” という H. Freudenthal のことばからもよく伺い知れる。かような風潮がいわゆる‘現代化’には必ずしも賛同しない数学教育研究者にとって苦々しいものであったことは想像に難くないが、それはまた、Piaget、あるいは寧ろ彼の理論、にとっても、以下の意味で、決して歓迎すべきものではなかった筈だ。すなわち、Piaget の所説は、学校数学現代化の運動と二重映しにされ、そして、例えば、幾何教育の初等段階で topological な概念を導入しようとする運動の一つの拠り所とされるというようなことがあって、自ずとイデオロギー的な外観を呈し、そのために安易な短絡的解釈あるいは曲解ということに対して極めて無防備になったと考えられる。

実際、かつて、数学教育の一環として topology あるいはその考えの指導を行うことの可能性について論を為す場合、その中で Piaget について言及することは、一つの定着したスタイルであった。これらの論述の中に最も普通に見出されるものには、つぎのような表現がある。すなわち、Piaget の主張する‘子どもの空間 (espace enfantin)’ の topological な性格が事実として認められるならば、適切な指導によって子どもは自然に topology の考え方を身につけるであろう、というものである。最も徹底した立場は、Piaget の主張からは

* 昭和 55 年 2 月 15 日受理

** 筑波大学数学研究科

topology の指導が Euclid 幾何学のそれに優先することが導かれるべきである、と考えるものであろう。Topology の指導の可能性を問題にしたこれらの所説においては、多くの場合、Piaget の主張は実証的に裏付けられたものと見なされていた。慎重な立場をとるものは、Piaget の主張の当否については留保し、彼に対する様々の批判が存在することを紹介するだけにとどまったが、しかし何れの場合でも、筆者が知ることのできたものの殆どは、恰も、Piaget の主張が真実として裏付けられさえすれば学校数学としての topology がその存在理由を獲得する、と考えているかのようであった。しかし実際の教育にとっては、この点が本質的に問題となる。これが棚上げにされたままの所説からも何らかの実効的な教育的事実を引き出されるかも知れないが、それは偶然の結果に過ぎないと言ってよいものであろう。したがって、これらを評してそこに見出されるのは毒にも薬にもならないもっともらしい提言のみであると言っても、あながち言い過ぎでないのである。そして極言するなら、学校数学の一環として topology を導入することの問題に関して Piaget が引き合いに出される場合、恐らくは Piaget はかような脈絡の中に埋め込まれる以外には扱われなかったのである。

現在わが国では、学校数学に topology などの現代数学からのトピックスを導入する試みは、殆ど放棄された観がある。実際、教材の現代化の試みは破綻したものと常識的に受けとめられている。しかし十分に理論的・科学的に掘り下げた総括が未だ為されていないのが現状であろう。確かに、数学教育現代化運動が教育学のおよび発達心理学的な根拠の薄弱なものであったことは周知のことである。しかしこのことは、現代化に破綻を告げることで良しとする理由にはなるまい。

筆者は、‘教材としての topology’ の有力な根拠とされた Piaget の理論を改めて問題にし、幾何教育の理論においてそれが占めるべき位置を明らかにすることを、本稿で試みようと考えた。

Piaget の主張が誤解を招き易いことの原因として、第一に、彼のテーゼに数学用語がそのまま用いられているということが挙げられる。Piaget の読

者にとってある程度の深い数学的知識は、Piaget を正当に評価するために、不可欠である。しかしまた、数学用語の本来の厳密な意味に拘泥することも、彼の主張を正確に把握するためには適当でない。実際、Piaget の ‘topologie’ を純粹に数学的に理解することは、彼の理論についての全くの誤解に導くものである。したがって、Piaget の論述に沿って数学的語彙を新たに見直していくという作業は、煩わしくとも、必須のものである。そこで §1 においては、‘近接’、‘分離’等の Piaget のいわゆる ‘topological な関係’ について述べ、さらに §2 で Piaget の実験を記述して、彼の ‘topologie’ がどのような脈絡において用いられているのかを明らかにする。

Piaget による数学用語のいわば粗雑な扱いが数学者の神経を逆撫でにすることになったとしても、不思議はあるまい。数学者からの批判は、したがって、数学用語についての Piaget の用法を問題にするものとなるが、しかし、そこから子どもの認知に関する Piaget の理論そのものにまで踏み入るとき、たいてい正道から大きく逸脱してしまうのである。その主たる原因は、数学的概念をめぐる彼ら自身の論理の相対的性格を認識していないことにある。つまり自らの論理を発達途上にあるすべての ‘論理’ に代えて敷衍してしまうために、議論が逆立ちしてしまうのである。また、数学的概念に関わる Piaget の議論の欠陥に目を奪われ過ぎる余りに ([3, pp. 425-446] 参照)、それを浮き立たせる方向に Piaget の所説を安易に解釈し、彼の主張の本当の意味を理解することに多くの努力を払っていないように感じられる批判も見受けられる。他方、数学者による批判とは別に、数学的概念の不的確な理解に基づく批判も存在する。以上述べてきた批判は、Piaget に対する誤解を広めるばかりでなく、彼の実相に関知しない批判を増殖させる恐れもある。それ故、機会あるときにこのような批判に言及しつつ Piaget の実際の主張を明らかにしておくことは必要であり、意義があると言うべきであろう。このような主旨から、限られた形ではあるが、§3 で Piaget 批判を取りあげてみる。

§4 では、Piaget の ‘topologie’ の特徴づけを

試みるとともに、その結果に基づいて、彼の理論が幾何教育の観点からはどのように考慮されるべきものであるかを明らかにしていく。

‘子どもの空間認知’というテーマに対して Piaget がとったアプローチの方法は、子どもによる図形の知覚・表象の様相を明らかにしていくことであった。しかし、図形の認知が寧ろ高度の認知活動であり、学習に依存する度合が極めて大きいということは、強調される必要がある。図形の範疇は社会的性格のものであり、実際、ことばによって与えられる。この故、図形認知における言語の役割は決定的である。図形認知の学習への依存性、特に言語との関わり、について §5 で考察する。

§1. ‘Topological な関係’

この節では、‘子どもの空間’を topological な直観に基づくものとみなす Piaget の思考過程を明らかにしていく。Piaget の理論の契機は、Gestalt 理論 (théorie de la Forme) において本質的である空間的諸概念に彼が出会ったことであろう。Piaget にとっての Gestalt 理論の意義は、彼がそれに言及するときのさり気なさ ([16, p. 20]) に反して、極めて大きいと考えられる。筆者の想像するところでは、Gestalt 心理学において知覚的对象に分節をもたらず基本的なものと考えられた空間的概念を、Piaget は知覚空間を構成する規準と見直し、しかも、数学に関する彼の教養が役に立って、これらを ‘topological な関係 (rapports topologiques)’ として抽象することができたのである。Piaget が ‘topological な関係’ として挙げたものは、近接 (proximité), 分離 (séparation), 順序, 囲い込み (entourage), 連続 (continuité) である。‘子どもの空間’をこれらの ‘topological な関係’ によって規定されるものとしてとらえたところに、Piaget のアイデアがある。そこで、Piaget の展開はつぎのようになる。すなわち、彼は、諸知覚の協調ができない (したがって、大きさ・形について知覚の恒常性 constance が無い) 段階の子どもにとって空間の知覚の規準は何であるかと設問し、それらが近接、分離等の ‘空間的關係 (rapports spatiaux)’ であると答える。そこでさら

に Piaget が強調するのは、これらの ‘関係’ が topological なものであるということだ。そして、形と大きさの恒常性がない原初の知覚的空間は topological な関係によって規定されるものであると結論する。したがって、‘子どもの空間’が topological な性格のものであるかどうかということは、Piaget にとって、いまや、子どもの空間認識において捨象されずに残る本質的な空間的關係が近接、分離等の ‘関係’ であるのかどうかということに、かかっているのである。

したがって、近接、分離等の概念が Gestalt 理論でどのような脈絡において用いられているかを明らかにしておくことが、必要である。Gestalt 学説の概要は [5], [8] あるいは Piaget による [15, pp. 56-66] 等によって知られるが、Gestalt 学派とは、要するに、刺激の要素の時空的な配置に対応して知覚的なまとまりが如何に成立するかという問題に解答を与えることを、自らの仕事としていたものである。彼らが現れる以前には、精神作用を簡単な精神的要素 (atom) の連合によって説明しようとする ‘連合主義’ (あるいは ‘原子論’) が支配的であった。しかしそれが統合のような複雑な精神活動を説明するには不十分であるというので、それに代わるべく Gestalt 理論が登場してきたのである。その名の表すとおり Gestalt 心理学は知覚的 ‘形 Gestalt’ を主要な研究対象とするものであるが、それは Gestalt をその構成要素の特性を超えたものとする；例えば、単純な図形はその幾何学的構成要素の知覚の上に構成されるのではなく、Gestalt そのものとして直接知覚されると考えるのである。したがって、Gestalt 心理学では、知覚的なまとまり (全体の中での部分の分凝 segregation) が起こるための支配的な法則を明らかにすることが重要な問題であった。そして先の近接、分離 (分節), 囲い込み, 連続等の要因、さらに ‘よい形’ の要因等が、知覚上のまとまりをつくる (‘群化 perceptual grouping’) ための主要な要因と見なされたのである。

分離はまとまりの契機である。近い距離にあるものがまとまって見えること、また閉じた領域がまとまって見えることから、近接および囲い込み (閉合) がまとまりの要因とされる。連続 (実際は

‘よい’連続)がまとまりの要因になるという意味は、一定の傾向を持続する連続体が、それに交差するものが存在しても、依然ひとつのまとまりとして知覚されるということである。

このように近接、分離等の概念は、Gestalt 心理学においては知覚的まとまりの契機として問題にされている。したがってそれらを、対象間の空間的關係という意味と対象の空間的特性という意味の両方から考えていくことが必要である。(一般に、ある関係系で結ばれた要素の集まりを構造をもったひとつのまとまりと見るならば、要素間の関係はこのまとまりの特性として現れ、逆にひとつのまとまりを構造が与えられた要素の集まりと見なせば、その要素間の関係が意識にのぼることになる。) Piaget が‘近接’、‘分離’等を‘空間的關係’と言い表したのは、この第一の意味に困っているのであろう。したがって‘空間的關係’が空間的關係を表していない場合もあり得るわけで、実際、‘連続’は、一つの対象の空間的特性と見るときは連結の意味であり、二つの対象の空間的關係と見るならば、接触の意味である。‘空間的關係’の意味の二重性が原因となって Piaget の理解に混乱が生じた例を、後に挙げよう。(§4, (2))

ここで、残しておいた‘順序’について解説する。Piaget は‘順序’を“二つの、近くにはあるが分離された要素が整列されたときに確立される”([16, p. 18]) ところの‘空間的關係’として定義する。この定義では‘順序’の意味は殆ど伝達不可能であるが、‘順序’に関連する Piaget の記述 ([16, p. 18, p. 67]) から推し量るならば、考えている要素の集まりの上に順序が定義されているというとき、つぎのようなイメージを思い浮かべれば過たないようである。すなわち、これらの要素は、それらを頂点とするような一つのグラフが与えられているが如く構造化されている；ここで各辺はその両端の要素の隣接を表示している。最も貧弱な‘順序’は、二つの隣接した要素によって表現されるのであるが、Piaget が念頭においている‘順序’は、ひとの顔の要素(すなわち目、鼻、口等)の間の‘順序’のようなものである。かように、Piaget のいう‘順序’は数学的概念としての順序ではない。また、それが純粹に

topological な概念であるということもできない；実際、それは‘方向’の概念を含んでいる。では、このような‘順序’が空間の構造化にとって本質的な関係とみなされた理由は何であろうか。それは、分離の要因によって一つの空間が諸要素に分解されたとき、これらの要素から空間を再構築する場合に最も原初的な原理として、この‘順序’が現れると考えられたからである。つまり、その構築が、モデルにおいて隣接している要素をつぎつぎと適当に隣接させることによって、成されるというのである。Piaget の叙述 ([16, p. 67]) から判断して、このアイデアは、子どもの描画の観察から得られたものである。実際、子どもの描画の特徴は、要素を調和的に布置することの拙さにもかかわらず、その布置において要素の近接が考慮されている、ということである。ここで、‘順序’に基づいて空間を再構成する能力が統合能力の未発達、あるいは Piaget のいわゆる‘統合的無能 incapacité synthétique’ と必ずしも矛盾しないということに注意しよう。このことから、‘順序’の概念は、確かに、子どもの空間認知の部分的説明において有効であるように見える。

さて Piaget は、原初的な知覚においては‘topological な関係’の知覚が本質的であると見てとって、これを実証することを残された問題と考えた。しかし、彼が知覚空間に対する topology の関わりをどのようにとらえているかということは、彼の論述からは明確に読みとれない。あらかじめ筆者の所見を述べておくならば、Piaget の‘topologie’はわれわれの空間の topology にほかならず、子どもの知覚空間の構造として理解されるべきものではない。あるいは、言いかえると、それは空間を構造化する子どもの知覚能力を本質的に表現しているものではない。Piaget は‘topological space’ということばを用いない。‘topological な関係’が‘構築する construire’空間が言及されるのみである。彼のこのような慎重なことば遣いを考慮するなら軽率な判断は厳に慎まれるべきであるが、以下に示す引用文(言いまわしが微妙なので、敢えて原文のままを示す)では、原初的な知覚空間は殆ど topological space と見なされているようだ：

“On voit qu'à adopter l'hypothèse selon laquelle les constances de la forme et de la grandeur ne sont pas fournies dès la perception initial, on ramène *ipsofacto* l'espace perceptive-ment primitif à ce que la topologie considère justement comme les données premières de la construction géométrique.” ([16, p. 20])

(大意は、初期の知覚が形や大きさの恒常性を与えないと仮定すると、その知覚に照応する空間では topologie が構造化を為すものになる、ということである。)

§2. Piaget の実験とその結論

(1) 触知覚 (perception stéréognostique) に よる図形知覚

子どもによる図形の触知覚 (あるいは、むしろ、触覚的イメージの視覚的イメージへの変換) の特徴を明らかにするための Piaget の実験では、様々の形をしたカードボードが用意され、子どもが各カードボードを如何に探索しかつ別に展示されたカードボードの何れと同一視するかが問題にされる。カードボードの [16] で明示された形は、以下のとおりである ([16, p. 32, Fig. 1] 参照): 1—円, 2—楕円, 3—正方形, 4—長方形, 5—ひし形, 6—三角形, 7—十字形, 8—Six-pointed star, 9—Four-pointed star, 10—Lorraine の十字形, 11—かぎ十字形, 12—半円, 13—弦にぎざぎざのついた半円, 14—平行四辺形, 15—台形, 16—四辺形, 17—一つ穴の変則形, 18—二つ穴の変則形, 19—開いた環, 20—閉じた環, 21—繋がった二つの環, 22—はずれた二つの環。(ただし、番号は K. Lovell による ([10]).) 探索すべきカードボードはスクリーンによって子どもから視覚的に遮られる。すなわち、子どもはスクリーンの向こう側に腕を伸ばして、そこで対象探索を行うのである。子どもは探索したカードボードの形を表象しなければならないが、それは、別に展示されたカードボード群の中の一つに同一視するとか、描かれた図形群の中の一つに同一視するとか、あるいは単に絵を描くということによってなされる。これらいくつかの方法の併用は、Piaget によれば、結果の偶然性を少なくするためにされる。ただ、子どもがこれらの各課題にどのようにとり組

んだかということの具体的な記述は少なく、そのため、Piaget のこの配慮を評価することには困難がある。

実験の結果は、Piaget によると、つぎのようになる ([16, pp. 34-36]):

段階 O (2 ; 6 才以下)——実験不可能。

段階 I.

下位段階 IA——身近な品は認識されるが、図形は不可能。実際に図形を見てする重ね合わせによる照合も、練習を通じて初めて可能になる。

下位段階 IB (3 ; 6—4 才)——円と正方形のような '閉じた形' 同士は区別されないが、それらは '開いた形' とは区別される。一つあるいは二つ穴のあいた面は穴のないものと区別される ; また、二つの環のつながったものは、はずれた二つの環と区別される。

段階 II.

IB と IIA の中間段階——直線で囲まれた図形が、曲線で囲まれた図形と区別され始める。しかし直線で囲まれた図形同士 (正方形や長方形など) や、曲線で囲まれた図形同士 (円や楕円など) は、区別されない。

下位段階 IIA (4 ; 6——5 あるいは 5 ; 6 才)——角や寸法に従った図形の区別に進歩が見られる (円と楕円, あるいは, 正方形と長方形)。

下位段階 IIB (5——5 ; 6 才)——ひし形や台形の抽出が、心もとなげではあるが、可能になる。十字形と星形が区別され始める。

段階 III (6 ; 6 ないし 7 才から)——かぎ十字形のような複雑な形同士も区別される。順序や距離が考慮される。

ここで '閉じた形 formes fermées' とは、円、三角形、四角形等の、周が単純閉曲線である単純図形のこと、また '開いた形 formes ouvertes' とは、十字形のようにその理想的形態においては閉じた形でない図形のことを、それぞれ指示しているようだ。

下位段階 IB に現れる認知行為の特徴を、Piaget は、'子どもの空間' の topological な性格を明示するものと見なす。

(2) 図形の模写

子どもの図形模写の特徴を調べた Piaget の実験は、殆ど周知のものであろう。ここでモデルとして採用された図形は、つぎに図示されたものである ([16, p. 731]):

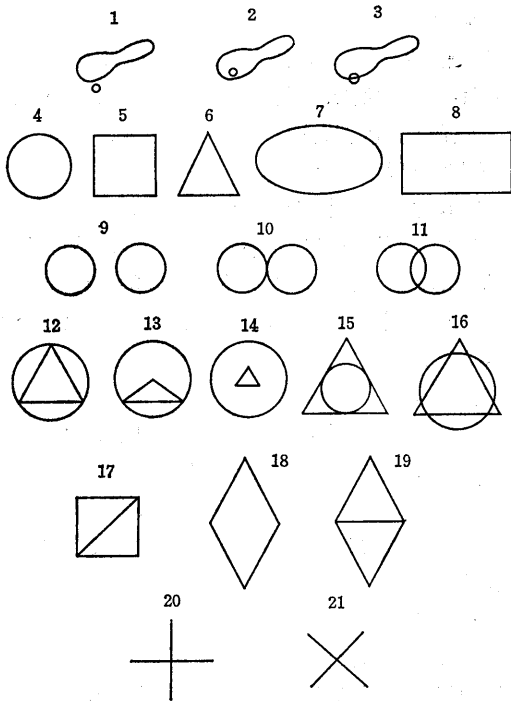


図-1

Piaget は実験結果をもとに、子どもの模写能力の発達に以下に示す諸段階を設ける ([12, p. 91])。

段階 0 (2 ; 6 ないし 2 ; 11 才迄)——なぐりがき (scribble)。

段階 I.

下位段階 IA (3 ; 6 ないし 3 ; 10 才迄)——依然なぐりがきの様相を呈しているが、‘開いた形’が‘閉じた形’と区別される (模写するということが理解されるとき、囲い込みが多分最初に認識される性質である)。

下位段階 IB (平均 3 ; 6 から 4 才)——本当の描画の開始 ; しかし ‘topological な関係’ (たとえば 図-1 の 1, 2, 3 が示す二つの図形の関係) のみが描かれる。三角形, 円および正方形はすべて閉じた連続体として描かれる——ある場合には三角形と正方形のそれぞれがつぎのように象徴さ

れた :

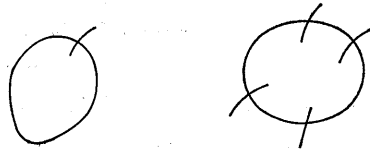


図-2

段階 II (4 才頃から)

IB と IIA の中間段階——曲線が直線と区別され始める。長方形のほうが正方形よりもつねに正確に描かれる。

下位段階 IIA——形が角や寸法によって区別され始める。

下位段階 IIB——接触, 交わり, 内側および外側の概念を含蓄しているところの, より複雑な, 囲いや正接, 交差のある図形が, 正しく描かれる。しかし距離的に正確であるとは限らない。

段階 III (6 ; 6 ないし 7 才から)——このときすべての図形が, 形や大きさの相対的な関係も含めて, 正しく描かれる。

言うまでもなく, 段階 I に現出する認知の特徴が, Piaget によって, ‘子どもの空間’の topological な性格を結論するための有力な証拠と, 見なされたのである。しかし 図-2 は, 描画の学習的側面が深刻に考慮されるべきであることを, 示唆しているであろう。また ‘円’が象徴のための手段として子どもにとって特別の意味もっていることにも注意する必要がある。実際, 子どもは, 一つの単語で自分のある欲求を表現しようとするのと全く同様に, 人物などを円で象徴することがある ([2, p. 181])。

§3. Piaget 批判の部分的考察

前節では, Piaget が子どもの図形知覚・表象の様相を明らかにするために行った実験とその結果を概括したが, この実験をめぐる他の学者による追試的研究はかなりの量にのぼる。このような研究に基づく Piaget 批判としては K. Lovell のものが特に有名であるが, これを (1) でとりあげ, その内容の検討を試みる。(2) で扱う Piaget 批判は, 空間知覚の発達においては ‘topological な

関係'の知覚が先行して起こるといふ Piaget の解釈を, topology の意味から問題にするものである。

ただ, これらの Piaget 批判は, Piaget の理論を相対的なものとして見直すような契機をわれわれに本質的に与えてくれるようなものではなく, 寧ろその方法において妥当性を欠いているものである。そのような批判を取ってとりあげた理由は簡単である。先ず, Lovell によるものは有名であるだけに影響力が大きいと考えられ, したがって, その誤りを確認しておくことは必要である。(2)でとりあげるものは数学的な観点から為されており, われわれが最も安易に採用しがちな典型的な誤った方法を見せてくれる。

(1) K. Lovell の批判

Lovell は, 子どもの図形認知に関する Piaget の理論の追試的研究 ([10]) で, Piaget に批判的な結論を下しているが, それは方法上の驚くべき単純な誤りによって導かれている。そのことについては以下で述べることになるが, Lovell が方法的に過ちを犯したのは, おそらく, 実験結果の処理で統計的方法を用いることに彼が余りにも拘泥し過ぎたためである。しかし, だからといって, 筆者には, 統計的処理への意欲がいつも方法的偏倚をもたらすと主張するつもりは, 毛頭ない。M. Laurendeau & A. Pinar が子どもの図形の触知覚についての実験結果を処理した ([9, pp. 41-110]) 場合のように, 妥当な統計処理方法はあり得る。ただ, Lovell の方法の奇抜さは, 明らかに統計的処理への意向を反映しているのである。

子どもの図形知覚・表象を調べるとき Piaget が注目したのは, 子どもが識別し得る図形はどのようなもので, また, 混同してしまう図形はどのようなものか, ということであった。しかるに, Lovell においては, 各々の図形について, それが子どもによって正しく認識されているか否か, ということを書述することが, 問題になっているのである。このような方法を以てしては, Piaget の 'topologie' に言及し得る事実は出て来ない。何故なら, Piaget は, 基本的には, topological に同様な形が子どもによって混同されるかどうかということを問題にしているからである。

Lovell の '奇抜な' 方法を概観しよう。Piaget の 'topologie' に言及し得るために, 触知覚の実験の場合では, Lovell はモデルの図形 (§2, (1)参照) を 'euclidean shapes' と 'topological shapes (the shapes displaying topological relationships)' の二つのクラスに分ける (これは勿論 Piaget のしなかったことである)。そして, それぞれのクラスにおいて子どもが '認識' 可能であった図形を数えあげ, それらのクラス全体に占めるパーセンテージを出すのである。Lovell の結果によると, 子どもは 'euclidean shapes' の 34.2%, 'topological shapes' の 55.6% を認識することができた。結果のみを見ると, 'euclidean' および 'topological' なる形容詞に注意をひかれることから, われわれは Piaget の結論がここでは一部否定されていると思ひ込むであろう。この故, Lovell の結果の要約を紹介するだけで済ませてしまうのは危険なのである ([6, p. 56] 参照)。実際のところ, 'euclidean shapes' とは §2. (1) で挙げた 22 個の図形のうちの 1 から 16 までで, 残りが 'topological shapes' とされている。このような分類が本質的に恣意的であることは, 説明をまつまでもあるまい。

子どもの図形模写の場合, 実験結果の処理はもっと手が込んでいる。図-1 の図形が 'euclidean shapes' と 'topological shapes' に分けられることはない。ただ, 各図形に対してそれが正しい形で模写されたときは, 'euclidean properties' の項に得点が記入され, かつその図形が 1—3, 9—16 のときは, (一つの図形がもう一つの図形の中にあるといったような) 'topological relations' が表現されているときに, 'topological properties' の項に得点が記入される。ただし, 各図形に応じて得点の大きさが指示されるのである。Lovell の論文のこの個所に行き当たったとき, 筆者は, 全く驚き呆れてしまった。複雑に外装された恣意性と結果における不毛性しか, 読みとることができなかったからである。実際, いまの場合の Lovell の結果——'euclidean properties' についての平均得点が 21.7 (最大可能得点は 52), 'topological properties' についての平均得点が 7.0 (最大可能得点は 16)——から何が確実に結論できるというのだ

ろうか。

さて、わが国では、滝沢武久氏と佐藤俊太郎氏が Piaget の実験の追試をしている。子どもの図形模写に関する佐藤氏の結論は、“3 才 6 か月から 4 才までは完全に Euclid 特性は無視されて Topology 関係だけが示される”という Piaget の主張は当たらず“実際にはこれら二つの特性は並存しているとみるのが妥当であろう”というものである ([20, p. 241])。佐藤氏の方法は本質的に Lovell の方法と同じであるが、ただ、Lovell の第一の方法を延長してモデルの図形 (図-1) を ‘Euclid 図形’ と ‘Topology 図形’ に分類する。すなわち 4—8, 17—21 を ‘Euclid 図形’ とし、1—3, 9—16 を ‘Topology 図形’ としている。

(2) 数学的観点から為された批判

ここでとりあげるのは、T. Viola ([22]) と R. Kapadia ([71]) によるものである。

Viola の [22] は、その題目どおり、Euclid 幾何学の指導をテーマとして展開されているものであり、Piaget に言及している部分は全体の 23 ページのうち僅かに 3 ページを占めているに過ぎない。しかも、その部分だけを以下で問題にしようというのである。したがって、読者には、Viola の方法が考察の対象になっているというより、寧ろ、ある意味で常識的ともいえるひとつの思考パターンが問題にされている、と考えてもらうのが適当かも知れない。

Viola の方法の基調は、どの topological な概念の形成も、それに先んじてあるいは少なくとも同時に、距離 (métrique) の概念が形成されるのでなければ可能でない、ということである。これを裏付けるために、彼は 図-3 に示される四つの図形からなる図を提示し (番号は著者が付した) topological には 1 と 4 が同型、2 と 3 が同型であるにもかかわらず、子どもは 1 と 2 を同一視し、3 と 4 を同一視するであろうから、子どもはまだ «connexion» に関する概念を獲得していないのだと主張する。さらに、幾何学ではどんな概念の形成も図形の相似あるいは相異 (ressemblances ou différences d'aspect des figures) に関するある程度の批判能力を前提とし、そしてこの能力は距離的

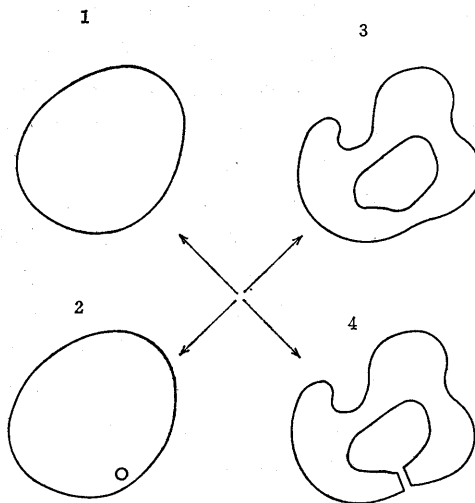


図-3

(métrique) 性格の概念、より一般的に、euclidean な概念 (二点の距離、距離の相等と相異、線分の概念、形の相等と相異、相似の概念等) の形成を必要とする、と述べて彼の先の結論に還元する。

Viola は、Piaget の主張を topological な概念の獲得の euclidean な概念の獲得に対する先行性と解釈し、これが誤りであることを、«connection» の概念の獲得を問題にして矛盾を導くことで、証明しようとする。しかし Viola のこの解釈は正しくない。

つぎにわれわれが注目すべきことは、Viola の考える ‘概念の獲得’ ということである。実際、2 のピンホールと 4 の切れ目という特異性を見逃したことによって連結に関する如何なる概念も獲得されていないと結論するならば、ここでの ‘概念’ と同等の意味の重さにおいては、如何なる幾何学的概念についてもその子どもによる獲得を問題にすることは不可能である。

最後に、図形の同一視と区別には euclidean な概念の形成されていることが不可欠であるという Viola の主張は、発達の過程を経て獲得されたものに過ぎない自分の論理を以って子どもの発達過程を解釈しようとする全くの逆立ちした議論によるものである。

Kapadia の Piaget 批判は、Piaget の ‘topologie’ を直接問題にしている。しかし Piaget の所説の一時的な解釈と思い込みが顕著で、そのため

著しくその価値を低めている。一方的解釈の最も著しい例はつぎのものであろう。Piaget の 'topological な関係' が一つの図形の特性としても現れ得ることを §1 で主張したが、Kapadia は一つの図形の特性としての 'topological な関係' は '関係' であり得ないという論理で、それを短絡的に topological invariants と見なす。Kapadia はさらに 'topological な関係' が数学的意味において topological でないことを示そうとする。逐一とりあげて紹介する余裕はないが、一つだけ例を挙げよう。

Kapadia は図:

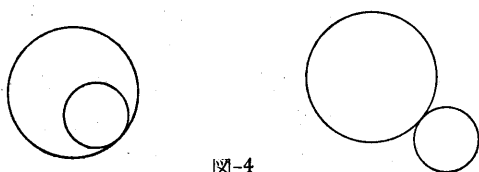


図-4

を示し、topological な同型という観点からはこれらは同一視され、囲い込みを規準にすればこれらは区別されるということを述べる。Kapadia はこのことで Piaget の主張の矛盾が明らかになったと思い込んでいるのだが、Piaget の理論は実質的にこの設定に関知するものではない。また、Kapadia の推論は論理的にも欠陥がある。何故ならこの設定では図形は平面に埋め込まれたものと見なされるべきであり、そのとき二つの図形の比較の基準は homeomorphy ではなくて isotopy なのであるから。(すなわち、平面の isotopy ([24, p. 248]) で一方の図形を他方の図形の上にうつすものが存在するか、ということがこの場合の問題なのである。このようなものは勿論存在しない。)

§4. Piaget の 'topologie' の性格

(1) '子どもの空間'

Piaget の 'topologie' にわれわれが期待したいのは、それが '子どもの空間' を表現するものとなることであろう。つまり '子どもの空間' が topology によって構造化され、しかもその topology によって十分に記述されるということを期待したのである。しかし、Piaget の 'topologie' は決してそのようなものではない；それは、子

どもの空間知覚そのものを記述することには役割をもたない。このことは (2) で述べられよう。ここではつぎのことを確認しておきたい；すなわち、'子どもの空間' が topology によって構造化されるかという設問自体が無意味であることを。

まず、事実かどうかは留保して、'子どもの空間' が構造として topology をもつということの意味が問われなければならない。これに答えることは容易である。実際、'認知空間' の構造が topology であるとは、topology の公理体系と心理的に等価なものを子どもが獲得していることを意味する。つまり、子どもが、周囲の空間を各対象の近傍系の把握を通じてわがものとしているかの如くに行動する、ということの意味する。したがって、空間における各対象の近傍系を子どもが自らの行動によって表象しているか、ということが新たに簡約化された問題として現れるのである。

しかし、この簡約化された問題は否定的に答えられるべきものである。何故なら、子どもにとって '対象の保存' が無いからである ('non-conservation of objects')。この Piaget 自身が他の場所 ([15]) で主張しつづけてきたことは、言いかえれば、'子どもの空間' では要素の保存がないということである。言うまでもなく、数学で問題にする空間は、ア・プリオリに固定的に与えられたものであって、空間の要素が突然に現れたり消えたり、あるいは変質したりする状態を許容するものではない。われわれの発達した知覚空間に様々の構造をもち込むことができるのは、対象が保存されていてしかも知覚の隙間をいつでも概念で埋め合わせることができるために、この空間が一定しているからである。しかるに、対象の保存がない幼児にとって知覚の対象性は未だ成立せず、知覚は単相的行動によって左右される。まして空間の安定性をもたらす概念活動とは全く無縁である。

事実はこのようであるから、われわれが普通に考える '空間' の意味においては、'子どもの空間' は存在しない。それは、現象の生起するひとつの定まった場ではなく、寧ろ、それぞれが特別の知覚活動に照応した認知的場面の系列といえるものである。したがって、特に、'子どもの空間' に topology を考えようとすることは、全く無意味で

ある。

(2) Piaget の ‘topologie’

Piaget の ‘topologie’ は、‘topological な関係’ と ‘topological な同一視’ という脈絡においてのみ現れ、構造としての性格を表していない。“子どもの空間は……基本的な topological な直観で始まる……” ([16, p. 71]) とか、幼児の知覚空間は topological な関係に基づく ([16, p. 62]) ということは、‘topologie’ のこのような見方から理解されなければならない。

Piaget の ‘topologie’ を明確に述べて、もはや何の誤解も生じないようにしておくことが必要である。彼の論述から判断して、‘topologie’ をつぎのようなかたちで表現することが妥当であろう。すなわち、幼児の知覚空間が topological な関係に基づくという Piaget のテーゼの実際の (Piaget の意図とは無関係に、彼の展開が自ずから示すところの) 意味は、幼児の知覚行為が **われわれの空間の構造の topological な側面をわれわれに顕在化させる**、ということである。このような知覚行為一般を、簡単のため、‘topological な知覚’ と呼んでおこう。(同様に、‘topological な表象行為’ のように、‘知覚’ を ‘表象行為’ などの認知活動を表すことばでおきかえたものも定義される。) 例えば、円と正方形の子どもによる混同は、これらの図形を同型とみなす観点が topology において求められるから、topological な認知行為である。

Piaget の ‘topologie’ は、**われわれの空間の topology** であり、したがって固定したものである。さらにそれは、観察者にとっての (現象測定のための) 物差しとしての役割を演じるものである。つまり、それは原初的な知覚にともなう ‘現象’ を静観的にとらえるために用いられ、各知覚に基づいて表象される空間の構造を積極的に記述しようという目的のために供されるものではない。このことは、Piaget の真の意図がどうであれ、つまり、彼が ‘topologie’ に与えようとした意味が何であったにせよ、彼の論述から冷厳に読みとられるべき事実である。ここで留意しておくべきことは、子どもの topological な認知行為が、子どもによ

って対象の topological な特質が意識的に抽出された結果ではなくて、子どものいまの発達段階で既に形成されている認知 schéma の自然な自己表現に過ぎない、ということである。この事実と Piaget の ‘topologie’ の性格は、Piaget の方法が本質的に構造主義者の方法であるということを示唆している。

以上のことを踏まえて、いよいよ Piaget の理論の幾何教育における位置を問題にしよう。まず、図形の認知・操作に関する子どもの能力とその発現形態としての子どもの図形をめぐる行為を、明確に区別して扱うことから始めなければならない。これらを、それぞれ、‘図形能力’、‘図形行為’ と言い表すことにする。いま問題になっているのは topological に同型な図形を同一視する図形行為であるが、この図形行為の起因となる図形能力として、われわれはつぎの二つを考えることができる。すなわち、相似でなくとも topological に同型な図形 (おそらく、せいぜい円に同型な単純図型) ならばこれらを同一視してしまい且つこれらの違いを認めることができない、というような水準にある図形能力と、相似でない図形を、違いを認めつつも、topology の観点に立って比較することができる図形能力である。以下の叙述の簡便のため、これらをそれぞれ ‘図形能力 I’ および ‘図形能力 II’ と呼んでおこう。

すると、Piaget が ‘topologie’ を導入して記述した子どもの図形行為は図形能力 I に基づくものであり、他方、学校数学で topology が問題にのぼるとすれば、それは図形能力 II を開発していくものでなければならない。ところで、Piaget 自身、彼の理論を根拠に、幾何教育において topology の指導が先行すべきであると考えているのだが ([16, p. 81])、そのように彼の理論を幾何教育の初等段階で topology を導入することの裏付けと見なすことは、図形能力 I がそのまま図形能力 II へと発達していくと考えることにほかならない。そして、勿論、この考え方には無理がある。何故なら、図形能力 II は、図形の相似・非相似をある程度認識し得る図形能力を前提とするからである。

したがって、‘学校数学の一環としての topolo-

gy' というテーマの問題に対して Piaget を引き合いに出すことは、寧ろ見当違いなのである。Topology と Piaget を並べて見せる従来の固定したパターンは、topological な同一視として Piaget によってとらえられた子どもの図形行為と、それが想起させる二つの図形能力、すなわち図形能力 I, II を明確に区別するとき、直ちに内包する矛盾をあらわにするものである。

§5. 子どもの空間認知の研究に単純図形を用いることの意義

‘子どもの空間’が普通の意味で空間と呼び得るものではないということ、および Piaget の 'topologie' の性格が明らかになったいまでは、“子どもの空間が topological な直観を以って始まる” ([16, p. 7]) という Piaget の主張の意味は明らかである。すなわち、原初の知覚・表象行為においては‘近接’、‘分離’等の‘topological な関係’の知覚・表象と topological な同一視が本質的である、という意味であって、それ以上の意味はない。しかし、Piaget の結果は果たしてこの主張の確固たる裏付けとなるものであろうか。筆者は、子どもの図形知覚・表象行為の現象を分析することによって子どもの空間認知の活動そのものにアプローチしようとする方法には、問題があると思う。何故なら、子どもの空間知覚・表象の一般的傾向を説明し得るには、図形を認識する行為が余りにも特殊に過ぎると考えられるからである。確かに、円、三角形、四角形等の単純図形を、實在の具体的な形の中で根元的・原初的な意味をもつものと見なすことは、常識的な一つの見方であるかも知れない。特に幾何学的な抽象や、総合と分析の方法に慣れているものにとってはそうであろう。そしてこの見方を敷衍すれば、周囲の具体的なものの知覚・表象が、単純図形の知覚・表象によって代表されると見なされることになる。しかしこれは事実ではないらしい。それどころか、むしろ単純図形というものが極めて特殊な認識対象であると判断される理由がある。したがって、子どもの空間認知の自然な (spontané) 発達の研究を、子どもの図形認知の発達の研究に代えることはできない；すなわち、後者から得た結果の単なる拡張

は、子どもの空間認知の発達を正しく記述するものとは決してならないのである。以下でこのことを少し詳しく見ていこう。

‘図形’に実体はない；それは、現実に存在する事物のある範疇を象徴するものである。各図形が象徴する範疇は、社会・文化の形態によって規定あるいは影響されるという意味で、社会的・文化的性格のものである。したがって、特に、図形はいわば‘社会的認知’の一指標である。このことを確かめていく手始めとして、A. R. Luria の示した事実 ([11, pp. 53-63]) に目を向けよう。それを要約して言えば、幾何学的素養をもたない成人は描かれた図形を事物的に解釈し、そのために、彼らにおいて図形の分類は図形に照応する事物に依存する、ということになる。図形の分類が、各図形を特定の事物に同一視するかような行為を介しての結果であるならば、ある二つの四角形が別々のクラスに属しかつある三角形と四角形とが同じクラスに属するということがおこっても、不思議ではない。Piaget & von Albertini ([17]) は、6才以下の子どもでは正方形、円、長方形等が点線の輪郭で示されると、それらを正方形、円、長方形とみることが困難になるということを明らかにしたが、この現象は Luria ([11]) の示した幾何学的素養をもたない成人の場合と全く同様である。またそこまで言及するまでもなく、子どもが図形を区別的にとらえる傾向をもち、そのため例えば四角形のグループをつくることにも困難を覚えるか、あるいは、異和感を払拭できないでいるということは、我々のよく承知しているところである。

したがって、一見当然の如くみなされる、円、三角形、四角形等の単純図形の範疇は、発達した知能が必然的に形成するようなものではないといえる。とすれば、図形の範疇の形成の要因を、われわれは社会的・文化的環境にもとめるほかはない。幼児の知覚の特徴として、(Gestalt 心理学でいうところの) 図と地の区別が明確でないということと並んで、図として把握された対象の内部に明確な分節が生じ得ないということが言われているが、筆者は、この分節の仕方が本質的に自由であり、かつこの分節を規定していくところに社会

的様式をもった操作、さらに言語で象徴される社会的概念、の役割があると考え。この故に、幾何図形は高級な社会的・文化的な成果と見なされるべきなのであり、またこの意味で、図形の範疇あるいは図形認知の様式の社会・文化に対する依存性が結論されるのである。(対象内部に分節をもたらす仕方の社会・文化への依存性からは、認知活動が社会的性格のものであることが結論される。したがって知覚・知能一般の自然発生的な発達過程を明らかにすることを主題にした Piaget の発生的方法は、批判的に検討されて然るべきであろう。しかしこの点に深く立ち入ることは本稿の主旨ではない。)

図形の高度の抽象性およびその範疇の文化に対する依存性の強さは、幾何図形を、如何に単純なものであれ、知覚・表象空間の原初的な若しくは基本的な要因と見なすことが全くの見当違いである、ということを示唆している。このゆえに、子どもによる単純図形の知覚・表象のメカニズムは、具体的な空間の知覚・表象一般のメカニズムを表す指標としては、明らかに不適当なのである。

図形認識の文化に対する強い依存性は、子どもにおける図形知覚のむずかしさとしても現象する。このことは、対象の分節方法の本質的な自由さという先程述べたところのことに関係する。子どもは、図形の見方を学ばなければならない。したがって、図形に対する幼児の对象的活動すなわち探索が、少なくとも円、三角形、四角形等の単純図形の間で、明白な差異を示さないのはもっともなことである。子どもには、図形の識別のために必要とされる特殊な探索の schéma を獲得し、さらに刺激布置の統合のための、むしろ社会的に与えられるところの、schéma を獲得しなければならない。このことは、探索が図形間の差異を明らかにするようになるにはかなりの学習経験が必要であるということを示唆させる。筆者は、知覚の対象性を对象的活動に基づくものとみなす意見に賛同する。したがって、子どもにおける図形の知覚・表象のむずかしさを、探索活動の学習経験への依存性に照応するものと考え。

ところで、知覚の対象性、特に視覚的对象性、が对象的活動に基づくというアイデアは、一見奇

異に感じられるかも知れない。しかし Piaget や Soviet 心理学者等による研究の結果は、この考えを支持している。また、神経病理学的な方面に例を求めるとも可能であるが、特に示唆するところが大きいと考えられるのは、先天性盲人の開眼手術後の経過についての報告である。M. Senden ([21]) によるものは有名であるが、ほかに A. I. Poklovskii ([18]) の報告などがある。それらが共通して述べていることは、先天性盲人が開眼手術後に直ちにわれわれがもつと同じ視覚的世界を獲得するのではなく、それどころか、触知覚によるイメージに照合させつつ視覚的イメージを形成していくのにむしろかなりの学習期間を要するのである。ある 20 才の患者は、正方形や円を‘知っていて’それを両手で形作ることができるのだが、目の前に示された時計の形がいずれであるかは、分からない。触れることによって初めてそれが円いものであり実際時計であることを知ったのであった ([21, p. 108])。視知覚の困難はいわゆる再認に限るものではない。彼らの視覚的空間自体、最初は構造がないかの如くなのである。実際、対象の形や大きさは触覚によらなければ知覚されない；対象への距離を判断できない；対象の個数も触覚に依らなければ判からない；遠近とか拡がりあるいは空間の概念を持っていない、等のことが認められる ([18])。(なお、これらの例は、触知覚の視覚イメージへの変形が学習経験も考慮されるべき非常に複雑な活動であるということを示唆させる。この意味で、子どもによる図形の触知覚についての Piaget の解説は、余りに事実を単純化したものであるといえる。)

図形認識、あるいは一般に空間認識、の社会・文化的要因に言及するとき、当然言語の問題がおこってくる。このとき Sapir-Whorf の仮説は、われわれにとって最も示唆深いものの一つであろう。この言語学で周知の仮説は、われわれの認知や思考の過程が話している言語の構造によって完全に決定されること(‘決定論’)、したがって、言語の構造上の違いは話者の思考や類別行為の違いをもたらすこと(‘相対論’)を主張するものである ([13, pp. 28-32] 参照)。現在この仮説に関しては、言語が認知行為をどの程度まで規定するかという

ことに問題の焦点が移り、仮説から言語の完全な規定性を読みとる強い解釈は一応退けられたかに見える ([1], [19])。このように Sapir-Whorf の仮説は依然仮説のままであるが、しかし、前述の Luria の例は、まさに、円、三角形、四角形等のことばの存在が幾何図形を類別する行為に決定的な役割を演じている、ということを示しているであろう。このような観点を得て Piaget の問題を見つめるならば、図形の知覚・表象行為の、'自然な' あるいは '普遍的な' 発達というテーマが、批判の対象として改めて問題にのぼってくるのである。結局その '普遍性' は、幾何学図形概念が言語の中に定着しかつ一般的に用いられるような (特に、Euclid 幾何学の初等的な教育が普及しているような) 文化圏にテーマの適用を限る場合においてのみ、問題にされ得るものであると言えよう。しかし、Whorf 自身は '空間' 概念の形成に及ぼす言語の影響については極めて慎重な立場をとっており、このことを強調しておくことは、彼についての誤った先入観を読者に植えつけないために、必要であろう。実際、彼はつぎのように述べている ([23, pp. 176-177]) :

“ホピ語(アメリカインディアン Hopi 族の言語——筆者)と SAE (Standard Average European のこと——筆者)との相違点として時間ほど大きなものは空間には認められない。空間についての認識は、おそらく、言語とは無関係な経験によって、実質的には同一形式として与えられているものであろう。視覚についてのゲシュタルト心理学の実験は、これを事実として確立したものと思われる。しかし、空間概念には、言語間に多少の差異がみられるであろう。というのは、知的手段として、それは、空間概念と共に用いられる「時間」や「物質」の体系という言語によって条件づけられた他の知的手段の使用と密接に結びついているからである。”

ただ、われわれは、この論文の書かれた時期に知覚心理学の領域では Gestalt 心理学が支配的であったことを、考慮しなければならない。錯視における社会的・文化的な要因の発見とか、発達心理学からの結果によって、Gestalt 心理学者が記

述した視覚の法則性は、いまや、相対的な価値しか与えられていないのである。また '空間概念' の指標として Whorf が具体的に何を問題にしているのかが不明であることも、この文章が割引いて読まれなければならない理由の一つとなろう。

知覚の対象的活動が知覚的イメージを形成し対象間の弁別の仕方を決定するということは、根本的である。ただ、以上の考察から、少なくとも、我々の現在もつ幾何学的諸範疇がこの個体の知覚・表象行為の発達の延長上に現れるものではないということ、結論してよいと思われる。したがってここに '学習' が問題になる。社会的概念の体系である言語に組み込まれた幾何学的範疇が、空間的な認知のパターンを決定すると見なされるからである。よって、Piaget の問題に立ち返るならば、つぎのように結論できるであろう。すなわち、Piaget の実験結果は、子どもの図形学習の経験 (大人からの教唆) に強く依存しているとみるべきであり、その意味で、社会・文化的要因を無視して処理されるべきものではないし、まして '自然な spontané' あるいは普遍的な知覚・表象の発達を示すものなのでは全くない。Piaget が考えるところの子ども図形知覚・表象の自然な発達は、まさに、幾何学的範疇についての学習が理想的に平均化されて行われている共同体的場面を措定することによって、初めて意味をもつのである。

結 語

本稿の目的は、Piaget の 'topologie' の性格を明らかにすることと、それに関連して図形の知覚・表象の意味を考察することであった。Piaget の 'topologie' そのものの性格を規定していく方向の研究は、筆者の知る限りでは、以前になかった。また、Piaget 自身彼の 'topologie' について完全な認識ができていたのかということ、それは疑問であるように思われる。

Piaget の底意を推し測ることは、研究の目的ではなかった。研究において問題とされたのは、彼の論述が最終的に示し得る 'topologie' の性格であった。その結果、筆者が得た結論は、Piaget の 'topologie' が、結局、観察者たる Piaget の空間

の、したがってわれわれの空間の, topology にほかならず, そして子どもの空間認知にもなる現象を外側から把握していくための物差し, あるいはモデルとしての役割を果たすものである, ということであった。したがって, 特に, Piaget の 'topologie' は, いわゆる幼児の知覚空間の構造ではない。

さらに, Piaget の理論は, '学校数学の一環としての topology' というテーマの問題にアプローチするための原点としては, 寧ろ不適格であると言えよう。実際, 些か短絡的な言い方を用いると, Piaget の 'topologie' は図形の混同に関わるものであり, 教材としてとりあげられるべき topology は, 同一視する規準に留意しつつ為される図形の同一視に関わるのである。

幾何教育の理論がその基盤として子どもの図形認知の理論をもつのは, 当然である。ところで, 図形認知の問題は, 知覚プロパーに関するものではなく, ある意味で言語学的なものである。図形の認知活動は, 社会的かつ文化的な影響を决定的な要因としてもつものであり, そして, Piaget が殆ど言及しないこの側面が幾何教育上の問題となる。このことに筆者が本稿で言及したのは, 一つのアナウンスメントとしてである。また, 子どもの図形認知の発達についての Piaget の研究はむしろ現象的なアプローチと言えるが, 因果的なアプローチが重要な課題として残っていることを改めて確認しておきたい。

本稿の作成にあたり, 菊池兵一(埼玉大学), 能田伸彦(筑波大学)の両先生から親切なご指導, 助言を賜った。ここに記して深謝の意を表します。

引用文献

- [1] 有馬道子, "サピアウォーフの仮説", 月刊言語 8 (2), 1979, pp. 20-27.
- [2] Eng, H., The psychology of children's drawings., Routledge & Kegan Paul, 1954.
- [3] Flavell, J. H., The developmental psychology of Jean Piaget, Van Nostrand, c 1963.
- [4] Freudenthal, H., Mathematics as an educational task, Holland, R. Reidel Publ., c. 1973.
- [5] Guillaume, P., ゲンタルト心理学, 岩波書店.
- [6] 波多野完治(編), ピアジェの認識心理学, 国土社.
- [7] Kapadia, R., A critical examination of Piaget-Inhelder's view on topology, Educ. Stud. Math. 5 (1974), pp. 419-424.
- [8] Köhler, W., ゲンタルト心理学入門, 東京大学出版会, 1971.
- [9] Laurendeau, M. & Pinard, A., The development of the concept of space in the child, Intern. Univ. Press, New York, 1970.
- [10] Lovell, K., A follow-up study of some aspects of the work of Piaget and Inhelder on the child's conception of space, Brit. J. Ed. Psychol. 29 (1959), pp. 104-117.
- [11] Luria, A. R., 認識の史的発達, 明治図書, 1976.
- [12] Peel, E. A., Experimental examination of some of Piaget's schemata concerning children's perception and thinking, and a discussion of their educational significance, Brit. J. Ed. Psychol. 29 (1959), pp. 89-103.
- [13] Penn, J. M., Linguistic relativity versus innate idea, Mouton, 1972.
- [14] Piaget, J., The construction of reality in the child, New York: Basic Books, 1954.
- [15] ———, The psychology of intelligence, Routledge & Kegan Paul, 1951.
- [16] ——— & Inhelder, B., La représentation de l'espace chez l'enfant, Paris Presses Univ. France, 1948.
- [17] ——— & von Albertini, B., Recherches sur le développement des perception. XIX. Observations sur la perception des bonnes formes chez l'enfant par actualization des lignes virtuelles., Arch. Psychol. 34 (1954), pp. 203-243.

- [18] Pokrovskii, A. I., A Russian report on the post operative newly seeing., *Amer. J. Psychol.* 73 (1960), pp. 478-482.
- [19] Robins, R. H., The current relevance of the Sapir-Whorf hypothesis., in *Universalism versus relativism in language and thought* (ed. by R. Pinxten), Mouton, 1976.
- [20] 佐藤俊太郎, 子どもの図形認識——特に, 再生調査(描画調査)を中心として(その1), *数学教育学論究* 4 (1962), pp. 20-29.
- [21] Senden, M., *Space and sight; the perception of space and shape in the congenitally blind before and after operation.*, Free Press, 1960.
- [22] Viola, T., *Didactique sans Euclid et pédagogie euclidienne.*, *l'Enseignement Math.* 9 (1963), pp. 5-27.
- [23] Whorf, B. L., 言語・思考・実在, 南雲堂, 1978, tr. of *Language, thought, and reality* (ed. by J. B. Carroll), MIT Press, 1956.
- [24] 岩波数学辞典(第2版), 岩波書店.
- [2] Hallowell, A. I., Cultural factors in the structuralization of perception., in *Social psychology at the cross-roads* (ed. by J. H. Rohrer & M. Sherif), New York, 1951, pp. 164-195.
- [3] 平岡 忠, 算数・数学教育における位相の考えの意義., *日数学会誌・算数教育*, 55 (1973), pp. 200-204.
- [4] ———, 数学教育におけるトポロジーの考えの教育的価値について., *茨城大教育学部紀要* 18 (1969), pp. 159-170.
- [5] Koffka, K., *Principles of Gestalt Psychology*, London, 1935.
- [6] Luria, A. R., 神経心理学の基礎——脳のはたらし——, 医学書院, 1978.
- [7] Piaget, J., *Biology and knowledge.*, Univ. of Chicago Press, 1971.
- [8] ———, *The origins of intelligence in children.*, New York: Norton, 1963.
- [9] Pribram, K. H., *Languages of the brain*, Prentice-Hall, c. 1971.
- [10] Sapir, E., *The status of linguistics as a science.*, *Language* 5 (1929), pp. 207-214.
- [11] Zaporozhets, A. V., 知覚と行為, 新読書社, 1973.

参 考 文 献

[1] J. Brown, 認知と言語の神経心理学, 新曜社, 1979.

On the Child's Cognition of Spaces and the Piaget's 'Topologie'

Hideaki MIYASHITA

(Abstracted)

It has been more than thirty years since Piaget published 'La représentation de l'espace chez l'enfant' in which he studied the child's cognition of spaces. But it does not seem that the meaning of Piaget's theory for the instruction of geometry is well determined. Although the favor to the introduction of new geometrical materials such as topology has been almost lost these days, it would not mean that we may leave such problem unsolved. On the other hand, even now some fundamentals in the work of Piaget are often misunderstood and not a few criticisms toward Piaget are based on such misunderstanding. On Piaget's side, the author thinks that Piaget failed to determine himself the actual nature of his 'topologie' and that he made serious neglect of the significant role of the social-cultural factor in the cognition of spaces. This paper is made to deal with such problems as those already mentioned. It is admitted that the main purpose of the study is to determine the nature of Piaget's 'topologie' so that the implication of Piaget's theory in the instruction of topology should be made clear.

Judging from the very discourse of Piaget, it seems reasonable to express Piaget's 'to-

pologie' in the following context: A spatial cognition is of 'topological' nature in the sense of Piaget if it reveals *us* the topological aspect of *our* cognitive space. Thus, the Piaget's 'topologie' is really the topology of *our* actual space. The role of it essentially exists in the function of 'measurement' of the phenomena of children's primitive perception, and it has nothing to do with the description of the representational spaces of children corresponding to each special way of perception. It must be pointed out that it is nonsense to ask whether a 'child's space' is structured by a topology. Indeed, since the conservation of objects fails in the young child's perception, therefore we cannot consider the 'child's space' as a definite meaningful object.

Finally, the perception of shapes must be considered too special to be referred for the purpose of the explanation of the perception of spaces in general. In fact, it essentially depends on the nature of the society and the culture in which the subject develops. This implies the inadequacy to substitute the study of the perception of spaces by the study of the perceptions of shapes which Piaget did.