

## 領域 D

## 子どもの空間認知と Piaget の 'topologie' についての一考察

宮 下 英 明\*

最近、数学教育者・研究者の間で Piaget への関心がますます薄れてきているということは、否めない事実であろう。そもそも、数学教育界で Piaget が一躍脚光を浴びようになったのは、数学教育の「現代化」の運動においてであり、この場合彼の理論は、「現代化」のための新教材導入を発達心理学的観点に立って保証しているものとして、とりあげられたのである。たとえば、Piaget は子どもの数概念形成を段階論で説明し、それはものを一対一に対応づけるという段階から始まると主張するのであるが、この理論は「集合の考え方」の導入の裏付けに用いられた。また、本論文の主題であるところの Piaget が打ち出した子どもの空間認知の段階論：《topological → projective → euclidean》は、topological なある種概念、考え方を初等教育から導入することに裏付けを与える理論とされた。したがって、「現代化」運動が後退したとき、当然の結果として、Piaget の影響も急速に薄れることになったのである。

結果的に見るならば、Piaget への傾倒はこのように「現代化」の渦中にあった数学教育界の、時のファッションに過ぎなかったともいえる。ところで、わが国の数学教育がファッションに些かでも翻弄されることがあったとすれば、その原因はやはり科学としての数学教育学の基盤の脆弱さにもとめられるよりほかはない。とすれば、Piaget が一過性のファッションであったということの認識は、蓄積的な科学体系として数学教育学を打ち立てるために Piaget を反省的に課題化することを動機づけるものに、自ずと変わるのでなければなるまい。実際、将来にわたってこのような姿勢が維持されるのでなければ、軽薄なファッションを退けつつわが国の数学教育を確固と打ち出すことはむずかしい。本論文は、かかる認識に立って、極めて部分的にはあるが、筆者なりに Piaget を清算しようとしたことの結果である。

Piaget の理論を研究対象にした数学教育者・研究者の中で、何が Piaget によって実際に（つまり Piaget の主観とは別に）もたらされた結果であるかを見据えようとした者は、多くはいないはずである。何故なら、彼の 'topologie' を少し詳しく検討してみるならば、子どもは《topological → projective → euclidean》の順で空間的關係を認知するというかとも吹聴された結論は決して出るはずのものではないということ、また、したがって、かかる結論自体を論駁しようとするに余り意味がないということは、容易に理解されるからである。そこで、本論文は、このことを明らかにするために、Piaget の実際の記述を追うことから始めている。

Piaget の 'topologie' は、子どもが対象化する空間的關係（構造）というものでは全くない。要するに、子どもが混同してしまう図形を観察者であるわれわれが一つの範疇に入れようとするとき、そこに topological な性質が対象化されることになるというに過ぎないのだ。ところで、混同される事物は認知主体によって範疇化されることはないし、とくにそこでは何の関係性も対象化されない。何故なら、それらは畢竟一つのものであるからだ。異なって認識される事物に共通点を見出す観点が範疇に対応するように、範疇化の前提は「異」の認識であり、「同」から範疇をおこすことはできない。実際、topology が教材になるのは、既得の範疇において異なるものを同一視する観点としてであるしかない。したがって、Piaget の 'topologie' を教材としての topology に結びつけることは全く見当外れなのである。

なお、本論文は最後に、図形の範疇が社会的なものであり、したがって相対的な意義のものである、という認識に立って、子どもによる図形範疇の混同を調べることで子どもの空間認知の発達に言及しようとする Piaget の方法論を、論議すべき点の多いものとして問題化している。

\*（発表時・現在）筑波大学数学研究科