

# 「数学教育学」とは何か？

宮下英明

北海道教育大学 岩見沢校

## 要旨

「数学教育学」とは数学教育を論ずる言語行為のことであり、よって、「数学教育学」とは何か？を考えることは、「数学教育学」の言語は何か？を考えることである。

学会は、「数学教育学」の言語の制御・管理を企図する。この企図は、一つに、特定の形の言語の囲い込みとそれ以外の言語を「ルール逸脱」にするという形になって現れる。逸脱の言語は自ずと学会からいなくなるので、学会による「数学教育学」の制御・管理は、得失のトレード・オフをやっていることになる。そこで、このトレード・オフの妥当性が論点になる。

学会が「得」と定めるのは、グローバル・スタンダードの陣営に加わること。そしてこの方法として、「リサーチ」フォーマットをルールにする。ルール逸脱の言語ということで「失」になるのは、実感論・経験論。「数学教育学」論も、この類になる。

研究スタイルは研究対象に依る。数学教育は複雑系である。「リサーチ」フォーマットは、対象理解の形を「分析と再構成」に定める哲学——根本に、言語写像論/表象主義——に拠っている。これは、複雑系が相手のときは、「塵を積んで山をつくるプロジェクト」になってしまう。実際、これが複雑系の複雑系たる所以である。

複雑系を相手にするときの言語は、実感論・経験論になる。よって、「数学教育学」から実感論・経験論をなくすことはできない。

キーワード：実感論・経験論，表象主義，リサーチ，学会

## 0. 緒言

数学教育学の最初の問題は、「数学教育学」とは何か（何をすることか）？である。実際、「数学教育学」とは何か？の問いを閑却した体（てい）で数学教育学を行うというのは、論理の上で、矛盾である。

数学教育学は、数学教育についての知見をつくる営みであり、それは言語としてアウト

プットされる。よって、「数学教育学」とは何か？の問いは、「数学教育学」とはどのような言語をつくることか？という問いになる。

数学教育の知見を述べる言語の形として実感的であるのは、実感論・経験論である。しかしこの言語は、学会が「リサーチ」を論の形とするルールを定めるとき、所在を失う。

では、「リサーチ」が実感論・経験論の上位互換になるかという点、まったくそうでない。それどころか、「リサーチ」の言語は、数学教育という複雑系を相手にするときの言語としては、ひどく貧困である。

そこで、「数学教育学」とは何か？を言語の問題としこれに答えるときには、「数学教育学における実感論・経験論の位置づけ」が作業の中心になってくる。

本論考は、以上要約して述べた問題構造を論じるものである。

## 1. 「数学教育学」の基本骨格

### 1.1. 研究の内容と方法

数学教育学は、(主題を大きく分けて) つぎの二つを研究する：

1. 数学学習の意義
2. 数学教育(数学学習の意義を実現するものとして)の方法

また、研究の方法論に、つぎの「理論的」と「感覚的」の2タイプがある：

	理論的	感覚的
研究対象に対する 〈系〉のとらえ	論理系 (註1)	複雑系
研究・論述の方法	分析と 再構築 (註2)	実感論 経験論

註1: 対象を、単純系がモジュールになっている論理的構成として見る。

註2: 対象を表象へと分析し、表象によって再構築する(表象主義)。この立場につくとき、「実験・理論構築・推理、実証」が方法として立つことになる。

### 1.2. 学会

学会は、「数学教育学」の言語の制御・管理を企図する。具体的にはつぎのことを行う：

#### 1. 研究の品質管理

#### 2. 品質を判定するための規準づくり

- ・論文フォーム
- ・論文受理のレフリー制

### 1.3. 研究フォーマット

学会は、学の「グローバル化」として、欧米化を志向する。すなわち、研究の内容・方法において、欧米の先端に並び歩調を合わせることを、目指す。

「欧米化」とは、欧米方言の採用のことである。(確認：欧米も一つのローカルであり、グローバルであるわけではない。)このときの「方言」は、言語を「分析と再構築」に使うというものである。——欧米の学の伝統は「分析と再構築」であり、これのバックボーンとなっているのが、〈リアル→言語〉の言語写像論/表象主義、そしてこれに基づく合理主義・論理実証主義の哲学である。

「分析と再構築」の立場では、学はこれを方法とすることで明証性・客観性を得ることになり、研究は「明証性・客観性の実現」として取り組まれるものになる。そしてこの理由で、「リサーチ」を研究のフォーム/フォーマットにする。

「リサーチ」フォーマットの中心は、つぎのルールである：

「自分の研究を、一つの研究ストリームの中に位置づけること。」

すなわち、

1. 先行研究と定めているものを、挙げる。
2. それに対する自分の考え・立場を示す。
3. 引用・参考文献

そしてこの上で、論述をつぎのフォーマットに合わせる：

1. 問題を述べる。
2. ファインディング/解決を示す。
3. 検証する。——自分の研究が、研究ストリームの前進であることの証明。
4. 今後の課題を述べる。

#### 1.4. 言語写像論 / 表象主義

学の「欧米化」とは欧米方言の採用のことであり、この方言の中身は言語写像論 / 表象主義である。西洋哲学は非常に多様に見えても、イデア論に始まって言語写像論タイプが主流を保ってきた。

この主流を批判する哲学に、Wittgensteinの哲学 ([Wittgenstein 1958]) や Rorty のプラグマティズム ([Rorty 1982]) がある。わたしはこの考え方に与する。

Wittgenstein の説くところは：

「言語はそんなふうにするものではない。  
そんなふうにするのは倒錯である。」

ここで、「そんなふう」とは、表象主義のこと。

ちなみに、表象主義が教育を科学すれば、人間機械論になる。実際、「数学教育学」が範にしてきた認知科学は、人間機械論である。——人間知能の「分析と再構成」プロジェクトの終点は、人間知能が言語マシンの写し (人間知能=人工知能) になること。

## 2. ルールの遵守と逸脱

### 2.1. ルールは<逸脱>をつくる

学の欧米化を目指すことにした学会は、学会内研究のフォームを「リサーチ」に定めることとなる。

リサーチ形式は論理実証主義に立ち、そして論理実証主義は、言語写像論 / 表象主義に基づいている。

表象主義は、複雑系の学とはあわない。特に、「数学教育=複雑系」の方法論にはならない。実際、「数学教育=複雑系」の論は、実感論・経験論の形になる他ない。

しかし、実感論・経験論は、主観論・不可知論である。このようなものは、「数学教育学はリサーチ形式で行う」のルールに違反する。「数学教育学からの逸脱」と位置づけられるものになる。

### 2.2. 「数学教育学」の言語タイプ

「数学教育学」は、まずは学会の言語現象である。この言語現象に対しては、ロジックとして、つぎの2つの言語層 / レベルが区別される：

#### 1. 「数学教育」の論

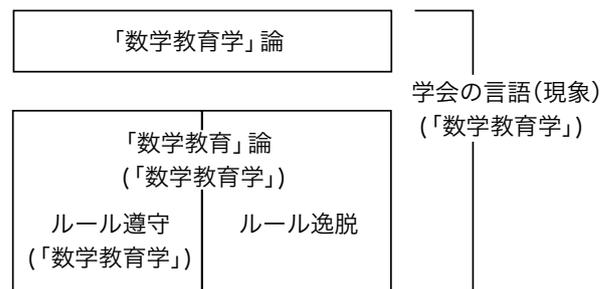
——この意味での「数学教育学」

#### 2. 「数学教育学」の論

(ちなみに、本論考は「数学教育学」論である。)

ここで、「数学教育」論のカテゴリーに、研究フォーマット遵守と逸脱の区分を設けることにする。このとき、研究フォーマット遵守が、学会が認めるところの「数学教育学」である。

こうして、つぎの図に示される言語タイプの別と「数学教育学」の語の3つの用法が、導かれる：



### 2.3. 「リサーチ」形式遵守のルール化の得失

リサーチ形式のルール化で、実感論・経験論は自動的に「数学教育学からの逸脱」になる。「数学教育学からの逸脱」は学会に棲む形ではないので、実感論・経験論は自ずと学会からいなくなる。

リサーチは、実感論・経験論の上位互換にはならない。よって、学会は、実感論・経験論が守備領域としてきたものを失う。

ここに、リサーチ形式ルール化の得失が問題になる(「得失のトレードオフ」)。——「どれほどのものを得て、そしてそのかわりに、どれほどのものを失うのか？」

得るものは、主に「秩序」である。「数学教育の発展」は、ここから得られるところのものではない。実際、「分析と再構成」から出てくるファインディングは、「既に知っていることの押さえ」の程度にとどまる。

失うものは実感論・経験論だが、「数学学習の意義」「数学教育（数学学習の意義を実現するものとして）の方法」の論考などは、実感論・経験論を形とするしかない (§3)。これがごっそり無くなる。

また、「数学教育学」論も、本来思念的なものなので「リサーチ」ルールと調子を合わせるのは難しく、やはり学会からいなくなる。

リサーチ形式の射程は、ひどく小さい。この小さい射程が、学会の研究射程ということになる。

### 3. 実感論・経験論の理由

#### 3.1. 「リサーチ」形式の限界の構造

研究スタイルのルールをつくるにあたっては、ある研究スタイルが想定されている。主題によっては、そして主題に対するスタンスの取り方によっては、このルールが無意味になる。そしてこのとき、その研究は自ずとルールを逸脱するものになる。これが、「リサーチ」を研究フォームと定めるルールと「数学教育＝複雑系」の論考の関係構造である。

リサーチで数学教育の知見を求める形式は：

1. 「実験」として数回の授業を行い、
2. ある行動様式が「とれる・とれない」のテストを行い、
3. 実験群と制御群の間に有意差が計測されたことを報告する。

しかし、これから導き出される「知見」は、「常識的にわかっていることの再確認」「数学教育の知見と言い得るものには、未だ至らない」「数学教育の知見にやがてつながるようには見えない」

「数学教育の知見にやがてつながるとしても、果てしなく遠い先」というものになる。

こうになってしまうのは、つぎの構造的な理由による：

1. 複雑系の「変容」は、「変容と行動様式の対応づけができる」というようなものではない。
2. 複雑系の「変容」は、リサーチが射程におく要素的な「変容」の和ではない。

これを「構造的」というのは、リサーチが方法としている「分析と再構成」がそのままリサーチの限界を定めるからである。

#### 3.2. 「数学教育＝複雑系」の論考の言語

リサーチの方法は「分析と再構築」である。そして、複雑系を相手にしたときの「分析と再構築」は、「塵を積んで山をつくる」プロジェクトになる。それは有効な歩を進めることができないうし、方向制御の方策も立たない。実際、複雑系が「複雑系」であるのは、「分析と再構築」を超えるからである。

「数学教育＝複雑系」の論考は、実感論・経験論になる。そしてこれは、ルールの逸脱になる。

リサーチと実感論・経験論を対照するとき、そこでは何が見られているのか？ 言語の用い方の違いが見られている。

リサーチは、言語を「対象の分析と再構成」に使う。しかし、言語の道具性は、「対象の分析と再構成」にではなく、「意思を伝える / わからせる」にある。そして、実感論・経験論は、言語のこの本来の使い方をしてることになる。——自分が経験的に知っていることを相手に伝える / わからせるために言語を使う。

#### 3.3. 「数学学習の意義」の論考の場合

数学学習の個人的意義は、「成長」のことばで述べることになる。この「成長」は、「数

学学習が行われたときと行われなかったときの成長は、どう違ってくる？」という形で論ずるものになる。

注意：「数学の試験で零点」は、「数学を学習しなかったらどうなる」に対する答えではない。「数学の試験で零点」が示すのは、「数学学習が実現しなかった」であって、「数学を学習しなかったらどうなる」ではない。

この論考が意味あるものになるのは、ひとがふつう考えるときの「成長」(特に、時間スパンの長い「成長」)を考えている場合である。——それはつぎのような形で感得している「成長」である：

「別に数学を使っているわけではないが、この場面でそんなふうにアクションするのは、定めしこれまでの数学学習が効いているのだろう。」

この「成長」は、「分析と再構成」の対象ではない。実際、リサーチが「成長」の意味にするものは、時間スパンのごく短いものであり、ひとがふつう考える「成長」とは違う。

「数学学習の意義」の論が対象にする「成長」(＝ひとがふつう考える「成長」)の論述は困難である——ほとんど不可能である。しかし、「述べられない」は、「わからない」ではない。実感・経験は、この「成長」を感得できる。実際、数学学習の程度の違いが成長の違いになることは、経験的にわかる。——経験蓄積が、確信を強めていく。(Cf. 山や川は「分析と再構成」でつくれなくとも、目はそれを感得する。)

この感得は、不可知論と合わさっている：

「数学学習の意義」は、「あれやこれや」調の箇条書きスタイルで述べられるものではない。

「数学を学習しなかったらどうなる」という形でも述べられない。

「成長」に関わるとしか答えられない。

この不可知論は、つぎと同型である：

「ほうれん草を食べる意義」は、「あれやこれや」調の箇条書きスタイルで述べられるものではない。

「ほうれん草を食べなかったらどうなる」という形でも述べられない。

「成長」に関わるとしか答えられない。

このような「数学学習の意義」の論考は、リサーチ形式にのらない。

### 3.4. 「数学の指導方法」の論考の場合

ひとが自力で、ある系を勉強しつつそこに生きることをするとき、系の意味・ロジックは、いちばん最後に理解されるものになる。最初は、系の意味がわからず、「系の意味」の概念をもたず、ただバタバタする。無駄なバタバタが少なくなるというのがこのときの成長である。そしてこの成長は、たいてい、系の意味・ロジックの意識対象化(概念化)・理解に至らないで終わる。

実際、意味・ロジックの対象化を進め、理論をつくってきたものは、<歴史>である。ゆえに、教育が必要になる。

数学教育は、「数学」のカテゴリーで括っているところの各種<意味・ロジック>を教える。そこで問われる。「数学の指導」は確かにこのようなものになっているか？

「数学の指導」は、たいてい、数学の指導ではない。数学の指導を実現することは、簡単ではない。では、「数学の指導」と称しているものは何か？ 数学的主題の構成素材のさらに断片の「指導」である。実際、教員のアタマの中の「数学」は、たいてい<意味・ロジック>がスッポリ抜けている。

「数学の指導方法」の論考は、「数学の指導」としては<意味・ロジック>の指導になっているものを考える。この「数学の指導」は、長い時間スパンでとらえねばならないものになる。また、論考は、<意味・ロジック>の抜けた「数学の指導」を現状と定めるところから、はじめねばならない。

この論考は、根柢的であるほど、(リサーチ形式にのらないという意味で)「数学教育学」の中に位置づけるのが難しくなる。

## 4. 実感論・経験論の棲息

### 4.1. 学会内

実感論・経験論が学会に棲むためには、「数学教育学」のルール、特に、

「研究は、現前/既存の研究ストリーム(研究パラダイム)の中に位置づけること。」のルールの強迫を、うまくやり過ぎさねばならない。実感論・経験論は、もともとルールから外れるものであり、したがって、もともとストリームをもたない。

実感論・経験論は、つぎの本末転倒のプロセスを進むしかない：

1. 「数学教育学」としてあるために、「数学教育学」のルールに従う形にしなければならない。
2. 特に、研究ストリームの中に位置づけねばならない。
3. その研究ストリームを作為しなければならない。
4. 「先行研究」ということにする論文をさがし集める。

本当は、身近な出来事に啓発されてできあがった論であっても、「この研究ストリームの上を歩いて自分はここにいる」という形をつくるわけである。

自分の論が人類の歴史の上に成り立っているということと、「研究ストリーム」の形に表現できるぐあいにその歴史を特定できるということは、別である。実感論・経験論は、「研究ストリーム」を特定できない、また特定する意味がない(特定するのは、ウソになる)。

本末転倒を無用にするためには、<逸脱>を研究の在り方としてきちんと定めることをしなければならない。併せて、<逸脱>の実績を積み重ねることが必要になる。

### 4.2. 学会外

実感論・経験論は、学会内では<逸脱>である。したがって、本来、学会に棲めるものではない。

それらは、どこにどのようにして存るのか?(インターネットを含めても)問う術として有効なものはないというのが、いまの状況である。

## 5. 結語

「数学教育学」の研究の要諦は、数学教育を複雑系と定めたところで、その総体的とらえを失しないようにすることである。

このタイプの言語は、「数学教育学」のルールによって存在を難しくされる。「数学教育学」は、それをどのように担保するか?

この問題を考えるために、「数学教育学」を、「言語」のレベルにまで降って、改めてその実践スタイルを見直すことが必要である。本論考は、この問題の提起であった。

## 6. 参考文献

Wittgenstein, L., 1958. Philosophical investigations [Philosophische Untersuchungen]. (Tr.by G.E.M.Anscombe.) Basil Blackwell.

Rorty, R., 1982. Consequences of pragmatism: essays, 1972-1980. Univ. Minnesota Press. [室井尚・他(訳), 哲学の脱構築: プラグマティズムの帰結, お茶の水書房, 1985]

宮下英明, 1992. 数学教育への素朴なアプローチのための緒言, 筑波数学教育研究 no.11A (1992,3), pp.115-136. (<http://m.iwa.hokkyodai.ac.jp/m/footprints/1992/paper/loose/>)

宮下英明, 2008. 「数学教育学」とは何か? [http://m.iwa.hokkyodai.ac.jp/me/theory/me\\_academic/](http://m.iwa.hokkyodai.ac.jp/me/theory/me_academic/)