

探求

現職教員・教員養成コース学生のための
「授業力陶冶の修業」シリーズ(7)

算数の授業は なんでああなのか

Ver. 2014-04-08

北海道教育大学教授
宮下英明 著



算数の授業は、なんでああなのか

本書について

本書は、

<http://m-ac.jp/>

のサイトで書き下ろしている『算数の授業は、なんでああなのか』を
PDF 文書の形に改めたものです。

文中の青色文字列は、ウェブページへのリンクであることを示しています。

序

「算数の授業は、なんであなののか」は、算数の外にいる者から出てくる題である。

算数の内にいる者からは、出て来ない。

算数の授業の「ああ」は、外から見えるものであって、内からは見えないからである。

自分の国のことは、自分の国の中にはわからない。

国の外に出て、その外から自分の国を見るとき、自分の国が見えてくる。

そしてこのとき、「自分の国ななんであなののか」の題を立てることになる。

わたしは、「学校教員養成課程数学教育担当」を生業(なりわい)にしている者であるが、自分の経歴/遍歴がもとで、算数に対してはずっとこれの外にいることになった者である。したがって、わたしにとって、算数の授業を考えることは、

「算数の授業は、なんであなののか」

「授業があなののは、授業者がどんなだからなののか」

を考えることであり、これはいまでも変わらない。

わたしはこのスタンスを、自分の生業においてわりと得なものとなしてきた。

実際、このスタンスをとれてきたことを、自分の経歴/遍歴の「結果

オーライ」にしてきた。

本テキストは、算数を担当している小学校現職教員を直接の対象にして、「算数の外」があることを示そうとするものである。

「算数の授業は、なんであなののか」という題の立て方があることを、示そうとするものである。

自分の国のことは、自分の国の中にはわからない。

国の外に出て、その外から自分の国を見るとき、自分の国が見えてくる。

算数の授業の形(かた)

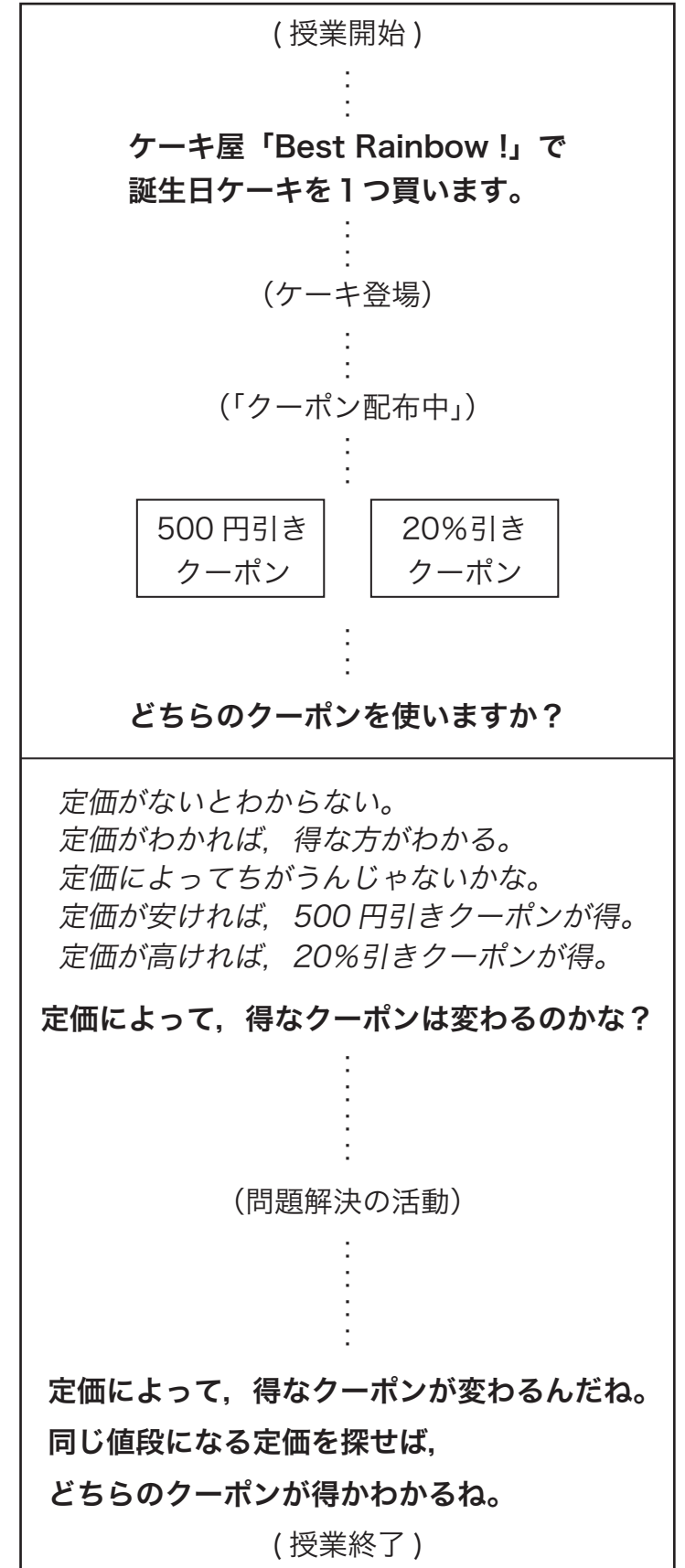
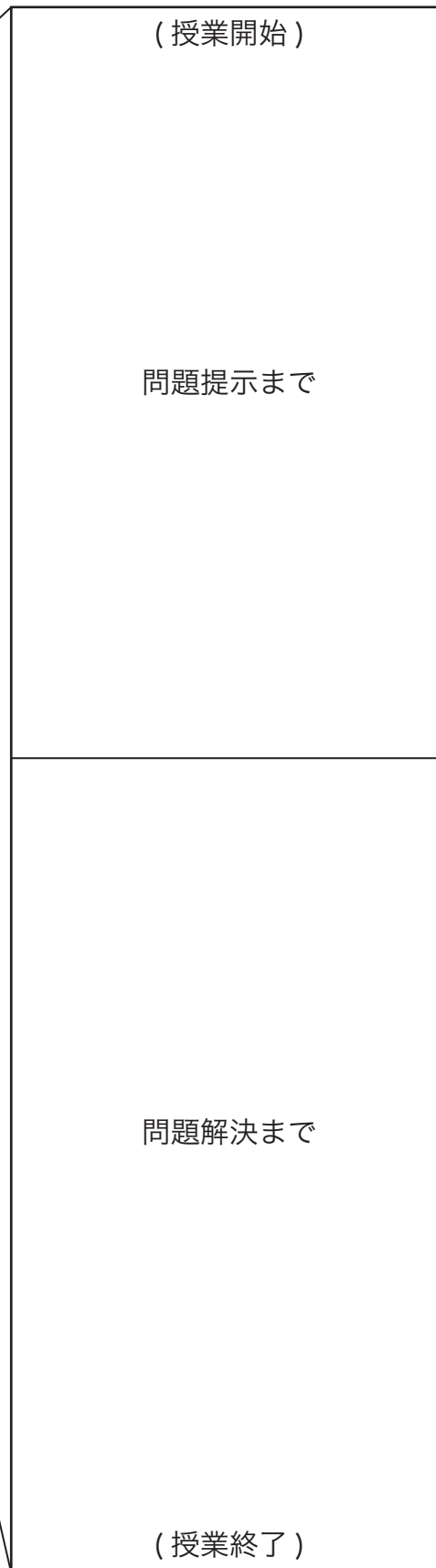
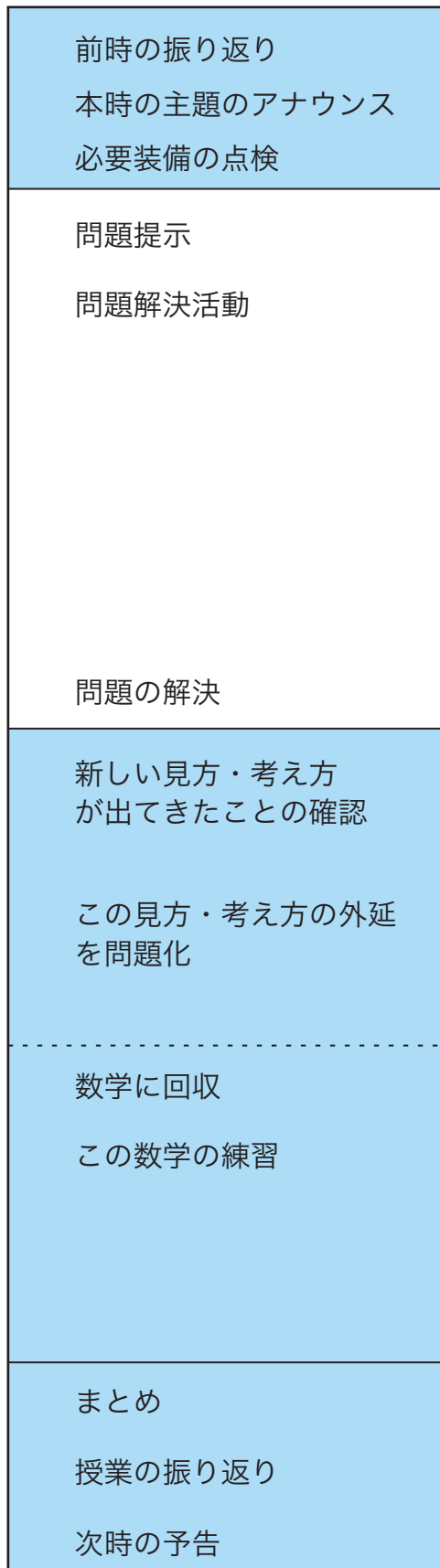
(色の部分に、数学がある)

「算数の授業」

(数学が無くなる)

「算数の授業」例

(『初等教育研究会札幌市<算数>支部第14回研究大会
記録集』「第5学年 百分率とグラフ」より)



目次

はじめに	1
1. 「算数の授業」生態学/物理学	5
1.0 要旨	6
1.1 「算数の授業」の系	8
1.1.0 要旨	9
1.1.1 系は、視点の相対性	10
1.1.2 「算数の授業」の生態系/物理系	11
1.1.3 運動の基本モーメント：《授業の成立》	14
1.2 「算数の授業」は進歩しない（堂々巡り）	15
1.2.0 要旨	16
1.2.1 「算数の授業」は、安定系	17
1.2.1 攪乱と均衡回帰	18
1.2.2 振り子運動	20
1.2.3 世代忘却	21
1.3 「算数の授業」は、「何でもあり」で「どれも同じ」	22
1.3.0 要旨	23
1.3.1 「算数の授業」は「何でもあり」	24
1.3.2 「算数の授業」は「どれも同じ」	25
2. <教える>と<遊ばせる>	27
2.0 要旨	28
2.1 算数の授業	30
2.1.1 算数科は、小学生仕様の数学	32
2.1.2 「数学を養う」と「元気を養う」	33
2.1.3 <教える>と<遊ばせる>	34

2.1.4 <遊ばせる>を「元気を養う」で意味づける	35
2.2 <教える>の授業の要素	37
2.2.1 構成主義/体系主義	38
2.2.2 「算数の授業」の真逆	39
2.2.3 鍛錬	40
2.2.4 シンプル	42
2.2.5 授業の定型	44
2.2.6 数学的用語	46
2.3 「算数の授業」	47
2.3.1 算数の授業は、<遊ばせる>が現実解	48
2.3.2 「算数の授業」	49
2.4 「元気を養う」の立論	50
2.4.0 要旨	51
2.4.1 「元気を養う」立論の必要	52
2.4.2 「元気」	54
2.4.3 「元気を養う」は、何でもあり	55
2.4.4 「元気を養う」は、とらえが難しい	56
2.4.5 「元気を養う」と「数学」の関係	57
2.5 「ジタバタ」の立論	58
2.5.0 要旨	59
2.5.1 「ジタバタ」立論の必要	60
2.5.2 「ジタバタ」：成長をつくる活動形式	62
2.5.3 「ジタバタ」は、自分がするもの	63
3. 算数の授業はなんでああなのか（「算数の授業」）	65
3.0 要旨	66
3.1 「算数の授業」：系均衡の相	67

3.1.1	系均衡の相	68
3.1.2	系活性維持機能	69
3.2	「算数の授業」：授業成立を期す相	70
3.2.0	要旨	71
3.2.1	「算数の授業」原理：《生徒全員を繋ぎ止める》	74
3.2.2	「生徒一人ひとりを大切に」の意味	76
3.2.3	「楽しい算数」の「楽しい」の意味	78
3.2.4	「興味・関心」の意味	80
3.2.5	数学的回収の先延ばし	82
3.2.6	時間切れ	84
3.2.7	「問題解決」	85
3.2.8	「理論の論理的構成」と無縁	86
3.3	「算数の授業」：没数学の相	87
3.3.1	「自分は算数の内容を教えられる」の思い	88
3.3.2	没数学の相	90
3.3.3	数学のことばを使えない	91
3.3.4	「数学を養う」の無理	93
3.4	「算数の授業」：「元気を養う」の相	95
3.4.1	「算数」は、方便	96
3.4.2	「一般能力陶冶」	98
3.4.3	「人材育成」	99
3.4.4	「問題解決」——「問題解決能力陶冶」	100
3.5	「算数の授業」：単純再生産の相	103
3.5.0	要旨	104
3.5.1	教員のライフサイクル	105
3.5.2	世代忘却	106
3.5.3	単純再生産型教育ビジネス	107
4.	「算数の授業」の評価法（「評価作法」）	109

4.0	要旨	110
4.1	授業者の特性のとらえ	112
4.1.1	授業者の成長	113
4.1.2	授業者のこだわり	114
4.2	授業の「達成」を問う	115
4.2.1	「算数の授業」は、「達成」を設定しない	116
4.2.2	「達成」を問うことが、生徒の側に立つこと	117
4.3	「算数の授業」の功罪の罪のとらえ	121
4.3.1	「できる子・できない子」	122
4.3.2	「算数の授業」は、保(も)たない	125
4.4	《「算数の授業」は生態系》の押さえ	129
4.4.1	授業評価は、生態系に対する物言い	130
4.4.2	「算数の授業」の無意味	131
4.5	「授業等価」の達観	133
4.5.1	評価は、視点のポジショニング依存	134
4.5.2	「授業は何でもあり」——「一生懸命」	135
4.5.3	「授業はどれも同じ」——「元気を養う」	136
4.6	「算数の授業」の評価形式	139
4.6.1	評価形式：「ジタバタを一生懸命課す」	140
4.6.2	現実：「ジタバタを課す」は行われぬ	141
4.6.3	授業運——ジタバタ運	143
4.7	研究大会の研究授業	144
4.7.0	要旨	145
4.7.1	研究授業は、「問題解決」授業	146
4.7.2	研究大会の趣旨・意向を読む	148
4.7.3	参加者数は、力学場	150
4.7.4	ディスカッションでの「数学」の幕	151

おわりに	153
付録：「数学を養う」の授業例	157
「足し算」	159
「重さ」	167
「平均」	175
「比例関係」	184

はじめに

算数の授業は、どこでもああである。

算数の授業は、ああであることが当たりマエになっている。

実際、算数の授業があんなふうであることに對し、「算数の授業はなんでああなのか？」という疑問がもたれることはない。

ところで、「算数」とは、「小学生仕様の数学」のことである。

算数を授業するとは、小学生を相手に「数学を養う」をすることである。

ということは、算数の授業がああなのは、《小学生相手の「数学を養う」は、ああだ》ということ？

否。「数学を養う」は、ああはならない。

授業がああだということは、「数学を養う」をしていないということである。

「数学を養う」でないのは、こうなるのみだからである。

このことによいもわるいもない。

「数学を養う」にならないのは、単に、「数学を養う」が無理なことだからである。

算数の授業がああなのは、それが算数の授業が成る形だからである。

算数の授業の自然な形だからである。

ここで、自然であるとは、系の均衡相がこれだということである。

その系は、どんな系？

「均衡」の意味は？

本テキストは、これを論じようとする。

本テキストは、「算数の授業はなんでああなのか」を、理の必然として示そうとする。

この「理」は、生態学/物理学の「理」である。

特に、「算数の授業はなんでああなのか」は、よい・わるいの問題ではない。

用語について

本テキストでは、カギ括弧付きの "「算数の授業」" を、つぎの特別な意味で用いる：

「算数の授業はなんでああなのか」の指す "算数の授業"
(即ち、現前の "算数の授業")

1. 「算数の授業」 生態学/物理学

1.0 要旨

1.1 「算数の授業」の系

1.2 「算数の授業」は進歩しない(堂々巡り)

1.3 「算数の授業」は,
「何でもあり」で「どれも同じ」

1.0 要旨

「算数の授業」を論じることは「向上」を論じることである。
これは「生活」を論じることが「向上」を論じることであるのと、同類である。

ひとは、物事を「向上」で考える習慣をもつ。

しかし、物事には本来「向上」の含蓄はない。
実際、「生活」には浮沈がある。向上を重ねる（「右肩上がり」）みたいにはならない。
「算数の授業」は、「向上」の試みがずっと続けられてきた割には、向上していない。
ずっと「新しい算数」「明日の算数」が唱えられ続けているが、全体として代わり映えしない。

ここに、つぎの考えがもたれてくる：

《「生活」は、「する」（実践）を考える一方で、
「なる」（法則）を考えるべき主題みたいだ》

そして「なる」の探求に向かうとき、「経済学」が生まれる。
「景気サイクル」とか「恐慌」とかの法則性が見出されてくる。

同様に

《「算数の授業」は、「する」（実践）を考える一方で、
「なる」（法則）を考えるべき主題みたいだ》

として「なる」の探求に向かえば、一種の「経済学」が生まれる。

経済学は、＜主体＞を「人」から「生き物」に一般化すれば生態学になり、さらに＜主体＞を「生き物」から「物」に一般化すれば物理学になる。
生態学/物理学の視点で「生活の向上」を見れば、それが実は「資源の蕩尽」に他ならず、プラスマイナスでみればマイナスになっている、といったことがわかってくる。

実際、一般に「向上」は、あるところがとんがるかわりにどこかがへこむことである。

本テキストは、「算数の授業」を、「なる」の視点で捉えてみようとする。
即ち、ここで謂う「生態学/物理学」の視点から、「算数の授業」を現前のようになるものとし、なぜこうなるかを論じてみようとする。
こうして、本テキストの表題『算数の授業は、なんでああなのか』となる。

1.1 「算数の授業」の系

1.1.0 要旨

1.1.1 系は、視点の相対性

1.1.2 「算数の授業」の生態系 / 物理系

1.1.3 運動の基本モーメント：《授業の成立》

1.1.0 要旨

算数は、経済系であり、生態系であり、物理系である。

この系は、個のポテンシャルが系の運動モーメントである。

個のポテンシャルを運動モーメントにする系は、全体としてどこかに向かうことが定められている、何かをすることが定められている、というものではない。——系は意味をもたない。

こうして、算数は無意味である。

「算数は無意味」は、「経済は無意味」と同じである。

経済は、意味・目的で立つのではない。個々の〈生きる〉が現れてくる系である。算数は、これと同じである。——実際、算数をこのように見るときのこの位相は、「経済の部分系」である。

「算数は経済系 / 生態系 / 物理系」「個のポテンシャルが系のモーメント」「算数は無意味」の認識は、重要である。

なぜなら、ひとは、《ものには意味・目的がある》として意味・目的を最初から当て込むのを習慣にしているからである。——算数の意味は、後付けされる意味である。

1.1.1 系は、視点の相対性

いま、自分の立つ地点から、上昇してみる。
 自分の棲む世界が眼下に展望されてくる。
 併せて、これまで自分にとって特別であったものが、雑多の中に相対化され、そして埋没する。
 はじめデコボコに見ていたものが、平らになっていく。

また、自分の棲む世界に対し、これと大きく異なる世界を対置してみる。
 そしてこの世界から自分の世界を臨んでみる。
 多様性と見ていたものが、同じものになる。

見えるものは、視点のポジショニングに依存する。

1.1.2 「算数の授業」の生態系 / 物理系

「算数」は、人の生きる系の一つである。
 個々が自分の<生きる>を、「算数」の題目に寄せて行動する。
 その行動全体が現してくる系が、「算数」である。
 こうして、「算数」は生態系である。
 そして生態系は、専ら<運動>の視点でこれを見るとき、物理系である。

授業は、生態系 / 物理系としての「算数」の現象である。
 そして「算数の授業」は、この現象の現実である。

強調すべきは、それは独り授業者と生徒の出来事ではないということである。

「算数の授業」は、《一つの生態系がとりわけ授業者と生徒を媒体にして表現されている》と見るものである。

「算数」を生態系 / 物理系として構成しているものは？

一人の算数の授業者から出発してみよう。
 その者を「算数の授業者」に実現するのに係わっているすべてのものが、この生態系 / 物理系の要素である。
 例えば、「衣・食・住」「交通」「通信」は、この生態系 / 物理系の要素である。
 「学校」「教員免許制度」「学校教員養成課程」「教育行政」は、この生態系 / 物理系の要素である。
 「教科書」「教育産業」は、この生態系 / 物理系の要素である。

「研究組織」「学会」「研究大会・研究授業」は、この生態系/物理系の要素である。

算数の授業を受けている一人の生徒から出発してみよう。

その者を「算数の授業の生徒」に実現するのに係わっているすべてのものが、この生態系/物理系の要素である。

例えば、「親」「家庭」「育児」「教育」は、この生態系/物理系の要素である。

「学校制」「選択的進路」は、この生態系/物理系の要素である。

「学校・教室」「学校の外(環境)」は、この生態系/物理系の要素である。

「勉強」「課外活動」「遊び」は、この生態系/物理系の要素である。

こうして、結局すべてが「算数」を生態系/物理系として構成しているものになる。

関係の強弱、関係の直接・迂遠の程度によって、違いを立てるのみである。

「算数」は、このくらい系を拡げて考えないと、捉えられないものなのか？

そうである。

「算数」は、関係性の系である。

この関係性のノードには、特に個々人の<生きる>がある。

「算数」が動くとは、この関係性の系が動くということであり、個々人の<生きる>が作用を受けそして反作用するということである。

系が大きく複雑系であるほど、系は容易に動かないものになる。全体として、変化を見せないものになる。

「算数」はずっと「改善・改革」が唱え続けられ、しかし全体として変わり映えしない。それは、系が大きく複雑系だからである。

逆にこのくらい拡げて考えないと、「算数」論は実践論で終始し、「新しい算数」「明日の算数」のような自惚れをやってしまう。

「新しい算数」「明日の算数」は、自惚れ？

これには、自惚れとビジネスの二通りがある。

「新しい算数」「明日の算数」をやろうと思うのは、自惚れである。

「新しい算数」「明日の算数」をキャッチフレーズにして集客し、商売しようとするのは、ビジネスである。

そして、このビジネスは、「系を拡げる」をやることによって見えてくるものである。——逆に、「系を拡げる」を知らない者は、この種のフレーズで自らを騙してしまう。

1.1.3 運動の基本モーメント：《授業の成立》

算数は経済系/生態系/物理系であり、個のポテンシャルが系の運動モーメントである。

そして、この運動モーメントの基本になるものが、〈授業成立〉に向かわせる力である。——実際、授業は、成立してこそ授業である。

〈授業成立〉に向かわせる力は、多様である。

そしてそれぞれが、多様に反作用を招じる。

1.2 「算数の授業」は進歩しない(堂々巡り)

1.2.0 要旨

1.2.1 「算数の授業」は、安定系

1.2.2 攪乱と均衡回帰

1.2.3 振り子運動

1.2.4 世代忘却

1.2.0 要旨

学校数学は歴史が長い。そこで、もし学校数学が進歩するものなら、この間ずいぶんと進歩していなければならないはずである。

事実はそのではない。

学校数学は進歩するものではないということである。

実際、学校数学は、右肩上がりの上昇運動では全くない。

攪乱と均衡回帰の繰り返しになっている。

二極の間の振り子運動になっている。

こうしたく同じことの繰り返しに>になっている。

この反復運動の意味は、<学校数学=生態系/生命体>の新陳代謝である。

新陳代謝は、生態系/生命体の含意である。

新陳代謝は、同じことの繰り返しである。

生態系/生命体が現前しているとは、同じことの繰り返しをしているということである。

生態系/生命体の運動は、ただ運動すべく運動しているというものである。

<意味>や<価値>で運動しているのではない。

とりわけ、この運動は「進歩」ではない。

→ 「学校数学=生態系/生命体」論

1.2.1 「算数の授業」は、安定系

「算数」は、関係性の系である。

この関係性のノードには、様々なものが収まっている。

「様々」の意味は、主題領域が経済学、社会学、生態学、物理学等に及ぶということである。

そしてそのノードには、特に個々人の<生きる>がある。

「算数」が動くとは、関係性の系が動くということであり、特に個々人の<生きる>が作用を受けそして反作用するということである。

系が大きく複雑系であるほど、系は容易に動かないものになる。

ミクロには、絶えまない運動がある。

しかしマクロでは、変化を現さないものになる。「安定系」を示す。

「算数」はずっと「改善・改革」が唱え続けられ、しかし全体として変わり映えしない。

それは、系が大きく複雑系だからである。

1.2.2 攪乱と均衡回帰

心臓は規則正しく鼓動し止(とど)まらない。

止まることは、死ぬことである。

一方、心臓が規則正しく鼓動し止まらないことは、意識にのぼらない。

算数科は生き物である。

生き物であるとは、活性化しないと萎んでしまい、そして死んでしまうということである。

算数科があるとは、<算数科を活性化し続けているもの>があるということ。

<算数科を活性化し続けているもの>は、「算数科を活性化し続けているもの」というふうには意識にのぼらない。しかし、これが無くなることは、算数科が萎んで無くなることである。

<算数科を活性化し続けているもの>は、いろいろある。

これらは、算数科を保てる形——現前の算数科がこの<保てる形>ということになる——をつくり、保守している。

学校数学は、自身を「攪乱と均衡回帰の繰り返しをメカニズムにして生きる系」として現す。攪乱・均衡回帰を「新陳代謝」にして、生きる。

一般に、系は、自身の安定の攪乱と復元を、運動する。

系が現前しているとは、生きていうことであり、生きていうとは、攪乱・復元を運動しているということである。

そこで、系は、攪乱を担うモジュールを要し、実際、内在するふうになっ

ている。

学校数学を攪乱するものは、学校数学が自身の攪乱装置として自ら備えているものを含め、いろいろある。しかしいちばんに挙げることになるのが、出口論である。

学校数学は、世の人材論・人材育成論に学校数学出口論で応じる。この出口論が、学校数学の最も自然な攪乱になる。

例えば「新指導要領」には、学校教育の系を攪乱する形で学校教育界を「景気づける」という一面がある。「公共事業」というわけである。

学校数学出口論には、つぎの「数学的〇〇」の流れがある：

「数学的思考方」→「数学的問題解決」→「数学的リテラシー」

これは、<経済界・国が求める人材>と重ね合わせられ、そして「指導要領」も取り込む格好で、学校数学出口論の主流を形成している。

学校数学出口論は学校数学の攪乱を機能にもつが、この場合の「数学的〇〇」の特徴は、数学教育学パラダイムとして学校数学を攪乱するということである。

→「学校数学=生態系/生命体」論

1.2.3 振り子運動

算数の授業は、二極間の振り子運動を備えている。

〈教える〉と〈遊ばせる〉の二極である。

両者はそれぞれ功罪相半ばであり、一方への振れが大きくなるとき〈失敗〉を現す：

〈教える〉に振れば、「授業離れ」が現れる。

〈遊ばせる〉に振れば、「学力低下」が現れる。

〈失敗〉に対しては、これに対する軌道修正として、反転が起こる。

こうして、振り子運動になる。

「振り子運動」を「攪乱と均衡回帰」と比べたとき、いちばんの違いは「振り子運動」が自動運動だということである。

「攪乱と均衡回帰」タイプの「数学的〇〇」は、〈新規攪乱の捻出〉の労が多い。「振り子運動」には、この労がない。

→ 「学校数学＝生態系 / 生命体」論

〈教える〉と〈遊ばせる〉の二極は、「数学を - 対 - 数学で」で表現されてきた。

また、「実質陶冶 - 対 - 形式陶冶」のように表現する向きもあるが、これは「形式陶冶」のことばの誤用である。

→ 「学校数学＝形式陶冶」の「形式」とは？

1.2.4 世代忘却

攪乱と均衡回帰の繰り返し、そして振り子の周期運動を経験してきた者（年寄り）は、新しいスローガンに対しては「またか」の思いを持てる。これに対し、繰り返し・周期運動を経験していない者（若者）は、新しいスローガンには新しいことの到来を想う。

このことを、「世代忘却」という。

「新しい算数」「明日の算数」をずっと唱え続けていられるのは、「世代忘却」があるからである。

1.3 「算数の授業」は、 「何でもあり」で「どれも同じ」

1.3.0 要旨

1.3.1 「算数の授業」は「何でもあり」

1.3.2 「算数の授業」は「どれも同じ」

1.3.0 要旨

「算数の授業」を俯瞰する。

より多くの授業を眼下におさめるために、俯瞰の高度をさらに上げる。
多数の授業のうえに「授業は何でもあり」が見えてくる。

つぎに、「数学を養う」の側から「算数の授業」を見る。

「算数の授業」は「どれも同じ」になる。

即ち、「数学を養う」でない授業として、同じになる。

1.3.1 「算数の授業」は「何でもあり」

「算数の授業」を俯瞰する。

より多くの授業を眼下におさめるために、俯瞰の高度をさらに上げる。
多数の授業のうえに「授業は何でもあり」が見えてくる。

なぜ「なんでもあり」になるのか？

「算数の授業」は、複雑系である。

この複雑系の「算数の授業」は、「なんでもあり」を含蓄する。

(→ [学校数学は「何でもあり」](#))

1.3.2 「算数の授業」は「どれも同じ」

一つの世界の中の出来事は、その世界と大きく異なる世界が対置される
とき——特に、その世界を圧倒するようなものが傍らに立つとき——「ど
れも同じ」になる。

「数学を養う」の側から「算数の授業」を見る。

「算数の授業」は「どれも同じ」になる。

即ち、「数学を養う」でない授業として、同じになる。

(→ [「授業等価 / 授業運」論](#))

2. <教える>と<遊ばせる>

2.0 要旨

2.1 算数の授業

2.2 <教える>の授業の要素

2.3 「算数の授業」

2.4 「元気を養う」の立論

2.5 「ジタバタ」の立論

2.0 要旨

「算数」とは、「小学生仕様の数学」のことである。

算数を授業するとは、小学生を相手に「数学を養う」をすることである。

ということは、算数の授業がああなのは、《小学生相手の「数学を養う」は、ああだ》ということ？

否。「数学を養う」は、ああはならない。

算数の授業がああだということは、「数学を養う」をしていないということである。

では、何をやっていることになるのか？

「元気を養う」である。

算数の授業がああだということは、「元気を養う」をやっているということである。

算数の授業が「数学を養う」でないことに対しては、どのような物言いをすることになるか？

「よくない」を言う？

「しかたがない」を言う？

「よい」を言う？

本テキストは、つぎのように言う：

「そうなるのみ——よいもわるいもない」

「数学を養う」にならないのは、「数学を養う」が無理なことだからである。

本テキストは、算数の授業がああなのを批判するものではない。

本テキストは、つぎを言うためにつくるものである：

《「よいもわるいもない」は、「よい」とは違う》

なぜこれを言わねばならないかということ、算数の授業がああなのに対し、ひとはそれを「よい授業」としているからである。

「よい」は、自足の体(てい)である。

この自足は、「数学を養う」を知らないためである。

そこで本テキストは、「数学を養う」がどのようなかを、即ち数学の授業はどのようなかを、示す^(註)。

そしてこれと対比的に、「元気を養う」がどのようなを示す。

註：実際、数学の授業がどのようなについては、大学の専門数学担当教員も含め、ほとんどが素人である。——だからこそ「数学教育学」なる題目も立つというわけである。

2.1 算数の授業

2.1.1 算数科は、小学生仕様の数学

2.1.2 「数学を養う」と「元気を養う」

2.1.3 <教える>と<遊ばせる>

2.1.4 <遊ばせる>を「元気を養う」で意味づける

2.1.1 算数科は、小学生仕様の数学

「算数」とは、「小学生仕様の数学」のことである。

実際、算数の内容は、小学生仕様の数学である。

したがって、算数を授業するとは、小学生を相手に、小学生仕様の数学を授業することである。——算数の授業は、数学の授業である。

数学は、卑近がもとである。

卑近の捉えとして、これの形（「形式」「構造」）を捉えようとする。

すると、各種学問分野になる。

数学は、このうちの一つである。

算数は、「生活べったり」で考える。

その「生活べったり」は、数学の「生活べったり」と同じである。

実際、算数の内容は、そのまま専門数学の「解析学」であり、「代数学」であり、「幾何学」であり、等々である。

→ [算数 / 数学科の<数学>](#)

2.1.2 「数学を養う」と「元気を養う」

算数の内容は、小学生仕様の数学である。

算数の授業は、「数学を養う」を行う。

併せて、一般に授業は、《なにかを教える》を以て《なにかを教える》以上のことをしていると見なされている。

その「《なにかを教える》以上のこと」は、「形式陶冶」とか「一般陶冶」とか呼ばれてきた。

「数学的〇〇」（「数学的思考方」「数学的問題解決」「数学的リテラシー」）もこの類である。

本テキストでは、この「《なにかを教える》以上のこと」を、「元気を養う」と言い表すことにする。

こうして、算数の授業は、「数学を養う」と「元気を養う」の二つを重ね合わせて考えるものになる。

2.1.3 <教える>と<遊ばせる>

算数の内容は、小学生仕様の数学である。

これを教えることが、算数の授業をするということである。

しかし実際のところ、<教える>をやると、授業が保(も)たない。即ち、生徒が授業から脱けていく。

授業者は、授業を保たせることに優先度を最も高く措く者である。

そこで、<教える>に換わるものを考える。

<遊ばせる>が、これになる。

<遊ばせる>とは？

<教える>と<遊ばせる>の区別は、機能的には《学習活動を数学的主題に回収》の有無である。

例えば、「AとBはどちらが大きい？」を、生徒の「興味・関心」に仕立て、そして生徒を「AとBはどちらが大きい？」の解を求める学習活動に入らせたとする。

<教える>だと、この学習活動には数学的主題への回収が続く。

即ち、つぎのようになる：

「この問題の解を求める過程で、一つの見方・考え方「P」に到達した。

「P」が、実は今日の授業の主題である。

君たちに課した作業は、「P」に到達するための方便であった。

2. <教える>と<遊ばせる>

実際、問題の解はAであったが、解自体はどうでもよいものである。

そこでこれより、他の例・いろいろな例で、「P」を練習してみることにする。

「P」を観ることとこれを身につけることは、まったく違うことであるからだ。

身につけるためには、練習がいっぱい必要になる。」

一方、<遊ばせる>は、つぎのようになる：

「問題の解はAでした。

一件落着。

そして、ちょうど終わりの時間になりました。」

ただし、授業者の思いでは、この授業は「P」の授業である。

この授業者は、つぎのように考える者である：

《授業の中で「P」を言っていないが、

生徒はこの授業で「P」を学習している。》

即ち、つぎのようには考えない者である：

《「P」を観ることとこれを身につけることは、まったく違う。

身につけるためには、練習がいっぱい必要。》

《生徒は<遊ぶ>の中で暗黙に学習している》の考えをもつのは、自分自身、数学を本当に勉強した経験が無いためである。

数学を勉強する者は、アスリートと同じである。

カラダは不自由である。単純なことを何度も繰り返し、カラダに覚え込ませる。

課題を明示的に立て、その遂行に地道に努める。

<遊び>でアスリートが成らないように、<遊び>で数学の勉強は成らない。

2.1.4 <遊ばせる>を「元気を養う」で意味づける

算数の授業は、<教える>ではやれない。

やれるのは、<遊ばせる>である。

<教える>は、「数学を養う」が意味づけになる。

では、<遊ばせる>は、授業として意味づけができるか？

ここで、「元気を養う」を<遊ばせる>の意味づけにする。

これは、ぴったり嵌まるふうに見える。

また、<遊ばせる>の意味づけは、実際これの他にはない。

本テキストは、<遊ばせる>を「元気を養う」で合理化する論を立てようとする。

2.2 <教える>の授業の要素

2.2.1 構成主義 / 体系主義

2.2.2 「算数の授業」の真逆

2.2.3 鍛錬

2.2.4 シンプル

2.2.5 授業の定型

2.2.6 数学的用語

2.2.1 構成主義 / 体系主義

数学は、構成主義、体系主義である。

「数学を養う」は、「構成主義、体系主義を養う」である。

この授業は、「生徒に構成主義、体系主義の鍛錬・修行を課す」である。

2.2.2 「算数の授業」の真逆

数学は、構成主義、体系主義である。

「数学を養う」は、「構成主義、体系主義を養う」である。

この授業は、「生徒に構成主義、体系主義の鍛錬・修行を課す」である。

これは、「教員はこれをできない」「生徒はこれを受け付けない」の二つの理由で、学校の授業にはならない。

また、これを授業にすれば、算数のもう一本の柱である「元気を養う」をも損じることになる。

「算数の授業」は、「元気を養う」で立つ。

これは、「構成主義、体系主義を養う」を退ける体(てい)で立つことになる。

では、「元気を養う」は、何を立てることになるか？

「問題解決能力を養う」「コミュニケーション能力を養う」の類を立てる。

こうして、「数学を養う」の授業と「算数の授業」は、はっきりと違うものになる。

「数学を養う」の大事は、「算数の授業」では退けるものになる。

「算数の授業」の大事は、「数学を養う」ではどうでもよいもの、あるいは勉強の邪魔でしかないノイズとして、退けるものになる。

2.2.3 鍛錬

「数学を身につける」は、「運動能力を身につける」の一つである。
 「数学を身につける」として行うことは、アスリート・競技プレイヤーの能力を身につけるのと同じである。
 それは、カラダづくりである。

このカラダは、基本動作の修得を一つずつ確実に積み重ねていって、成るものである。

「数学を身につける」では、つぎのものが「基本動作」になる：

- 数学の言語を身につける
- 論理を身につける
- 定義・定理の言い回しを身につける
- 論証を身につける
- 体系の構成を身につける

このカラダづくりは、鍛錬・修行である。
 そうすると、「数学を身につける」は、だれもが行えるというものではないのでは？
 「だれもが行えるというものではない」どころではない。
 ごく少数しか行えない。

さらに、「数学を養う」の授業は、「数学を身につける」の鍛錬・修行を行わせることである。「数学を身につける」はごく少数しか行えないわけであるから、この授業は「学校教育」としては成り立たない。

以下は、「鍛錬」の要素となることばである：

(1) 「身につく」

「数学を養う」は、「身につく」がゴールである。
 「できた・わかった」ではない。

(2) 「ジタバタ」

数学を身につける行動の形は、「独りでジタバタする」である。
 一方、「算数の授業」では、「ジタバタ」は「生徒に無理な負担をかける」「できない / わからない生徒がかわいそう」の意味になる。そこで、「話し合ってごらん」の指導法になる。

(3) 「がまん」

「数学を身につける」は、「がまん」である。
 「数学を養う」は、「がまんの算数」である。
 一方、「算数の授業」は、「楽しい算数」を謳うものになる。

2.2.4 シンプル

数学は、身につかない。

ひどく身につかない。

「数学を養う」の授業設計は、「数学は身につかない」を改めてアタマにたたき込むことから始まる。

数学が生徒の身につくようにするには、よほど上手な単元設計・授業設計が必要になる。

基本は、勉強を、1段1段着実に上れる階段にしてやることである。

1段上らせるときは、障害になりそうなものは悉く払ってやる。

ノイズになるものは、悉く払う。

この状態を「シンプル」という。

そして、シンプルな授業の実現は、同時に、静かな授業の実現になっている。

「算数の授業」を、これと比べてみる。

上に述べた授業スタイルは、小学校教員が「教え込み」として退けるものになる。

「算数の授業」は、生徒が混乱し、授業が賑や（「活発」）になるのを、よしとする。

そのために、ノイズや障害は、むしろ意図的に含ませるものになる。

数学をやってきた者は、数学が人の自然 / 生理に合わないものであるこ

とを知っている。「数学を身につける」は「ビョーキになる」であることを知っている。

授業をシンプルにするとは、生徒の混乱をシンプルなものにするということである。

つぎが、「数学を養う」の言い分である：

「生徒の混乱を、さらにノイズや障害を加え増幅してどうする」

小学校教員は、「シンプルな授業」を退ける。

つぎが、彼らの言い分である：

「シンプルな授業は、教え込みだ——教え込みはよくない」

小学校教員は、数学をやってきた者と比べ、数学をひどく簡単なもの考える。

実際、「教え込もうと思えば教え込める」としているわけである。

《小学校教員にとって、数学は生徒に教え込めるものである》——このことをよくよく吟味すべし。

2.2.5 授業の定型

「数学を養う」の授業は、体系の授業である。

体系の授業の要諦は、「どこからスタートしてどこに至った」の明示である。授業はこれを、「主題の提示」「既習の押さえ」「まとめ」「振り返り」「次時の内容の予告」で行う。

一方、「算数の授業」ではこれは行われない。

(1) 「主題の提示」

「数学を養う」では、授業の位置づけが「体系の中の位置づけ」の意味をもつ。

この位置づけを、主題提示の板書のことばに表す。

(2) 「既習の押さえ」

「必要装備を明示的に押さえる」の意味で、「既習の押さえ」をする。

これは、数学の行為のうちの、「所与を明確にする」である。

(3) 「まとめ」

まとめのことばは、「数学を養う」の授業全体で最も重要なものの一つである。

授業が、体系構成の一環として何であったかを、このことばで定めることになるからである。

主題の提示では、これから学ぶことを提示するわけであるから、内容的なことは述べられない。内容を以て授業の意味を述べられるのが、この「まとめ」なのである。

よくよく「まとめ」の重要性を吟味すること。

(4) 「振り返り」

「数学を養う」の授業の内容は、体系である。体系の授業では、「振り返り」は、必須項目になる。過去に過去完了を加えるステージだからである。

(5) 「次時の内容の予告」

体系の授業では、「次時の予告」は、必須項目になる。現時点は、過去と未来に夾む形で表されるからである。

2.2.6 数学的用語

数学は、用語に対しては、あまり頓着しない。

特に、名称の場合はそうである。

例えば、「正方形」が「ましかく」と言われるのは、かまわない。数学的な「正方形」を指していること以外、考えられないからである。

ただし、「ながしかく」の言い方に対しては、危ぶむことになる。即ち、「ましかく」を含意するものとして使っているのか、危ぶむわけである。

方法に関する用語も、名称のときと立場は同じになる。

しかし、方法に関する用語は、日常語への置き換えがだいたい困難なものになる。

このときは、「数学のことばを使ってしまえ」となる。

実際、生徒は、《(意味がわからないまま)ことばを覚える》は、できる。

(《的確に使う》が、身につかないわけである。)

以下は、「数学を養う」において、使うことがどうしても必要になる用語の例である。

(1) 「数学」

算数の各主題が数学であることを、言わねばならない。

(2) 「求める」

「推理する」の代わりに用い得ることばは、「求める」である。

(3) 「一般化」

「一般化」は、他に代わることばがない。

2.3 「算数の授業」

2.3.1 算数の授業は、<遊ばせる>が現実解

2.3.2 「算数の授業」

2.3.1 算数の授業は、<遊ばせる>が現実解

算数の授業がああなのは、それが "算数の授業" の現実的解 (solution) だからである。

この算数の授業は、<教える>に対するところの<遊ばせる>である。

<遊ばせる>になるのは、どうしてか？

<教える>では、授業が保(も)たない。

<遊ばせる>だと、授業を保たせられるかもしれない。

授業を保たせようとするれば、<遊ばせる>でいく他ない。

2.3.2 「算数の授業」

算数の授業がああなのは、それが "算数の授業" の現実的解 (solution) だからである。

この算数の授業は、<教える>に対するところの<遊ばせる>である。

この現実の算数の授業を、本テキストを通じ、カギ括弧つきの「算数の授業」で言い表すことにする：

算数の授業
(形(かた)) —(現実的制約)—→ 「算数の授業」
(現実的解)

算数の授業の形(かた)

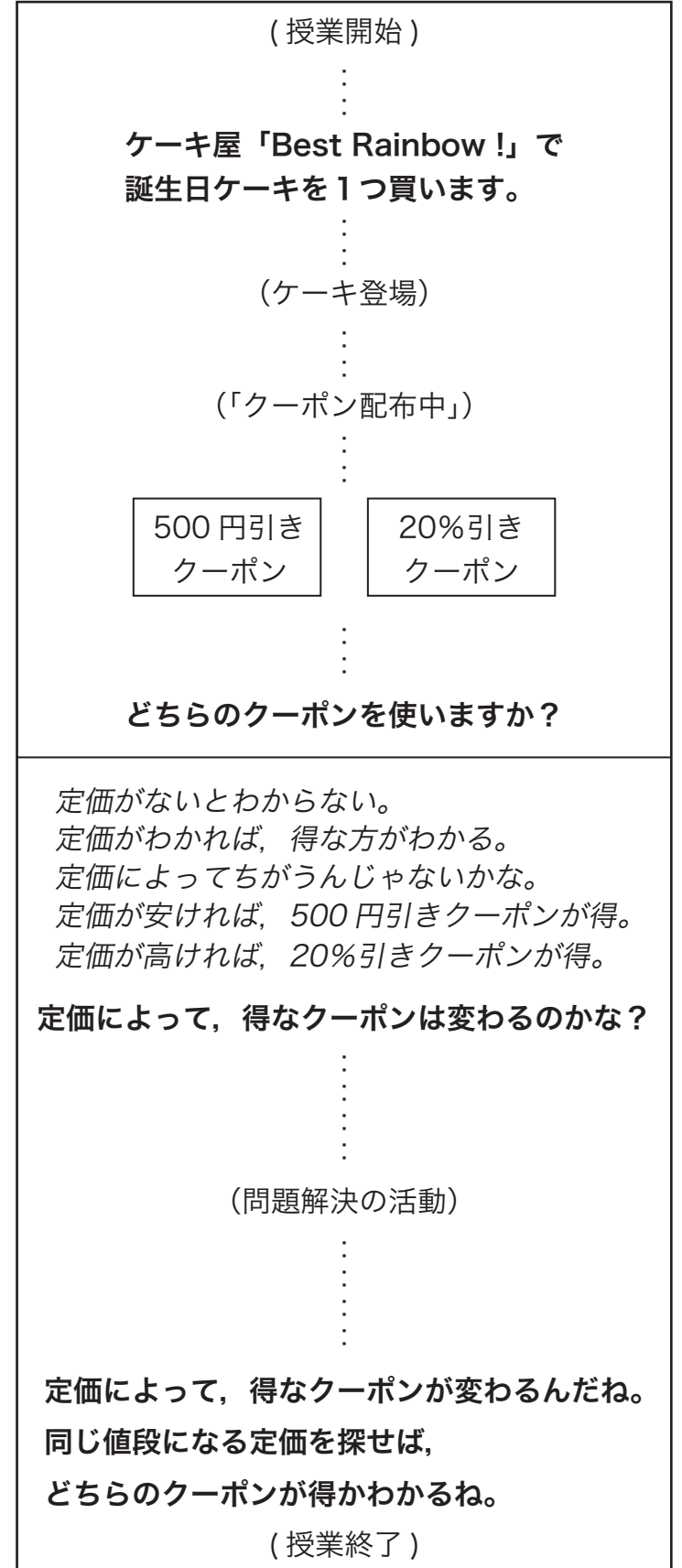
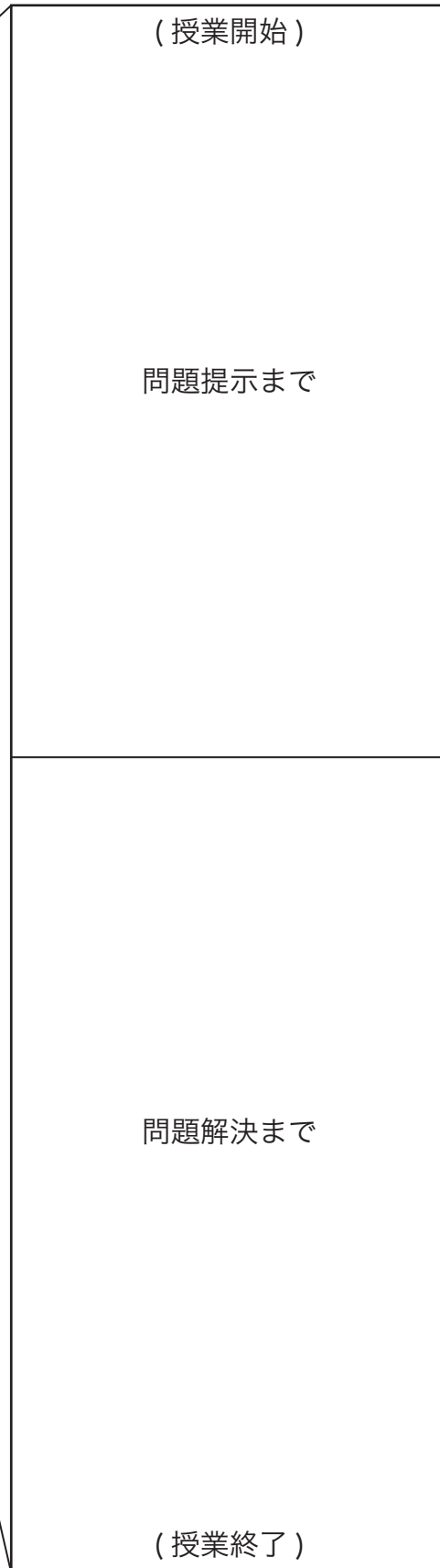
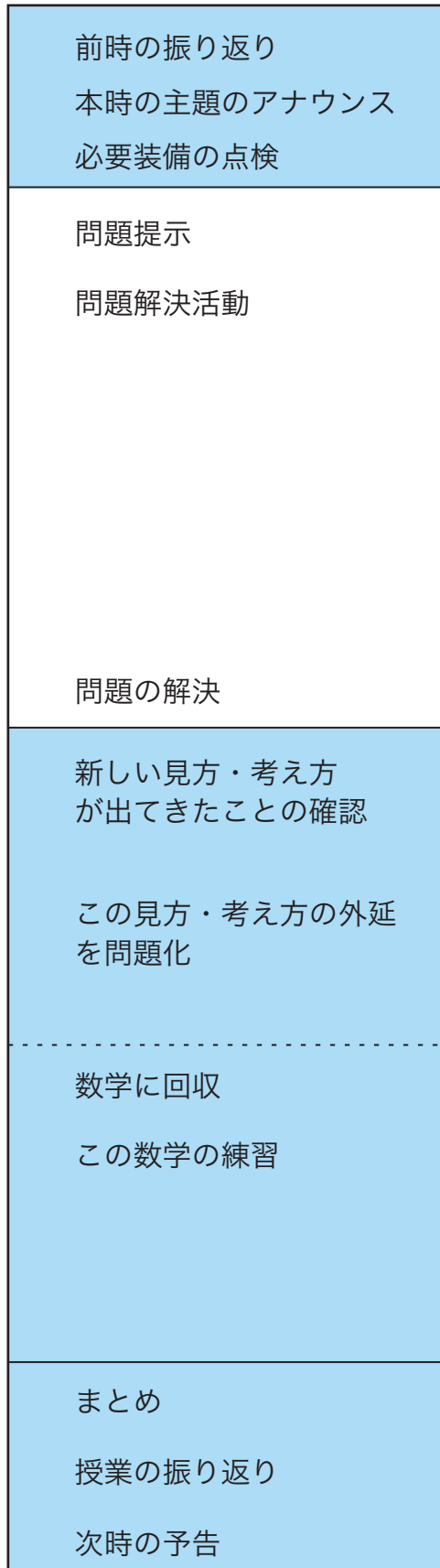
(色の部分に、数学がある)

「算数の授業」

(数学が無くなる)

「算数の授業」例

(『初等教育研究会札幌市<算数>支部第14回研究大会
記録集』「第5学年 百分率とグラフ」より)



2.4 「元気を養う」の立論

2.4.0 要旨

2.4.1 「元気を養う」立論の必要

2.4.2 「元気」

2.4.3 「元気を養う」は、何でもあり

2.4.4 「元気を養う」は、とらえが難しい

2.4.5 「元気を養う」と「数学」の関係

2.4.0 要旨

算数の授業は、<遊ばせる>が現実解である。

そして、「算数の授業」がこれである。

ここに、「算数の授業」の理由づけが問題になる。

これは、授業としての<遊ばせる>がどう理由づくかの問題である。

本テキストは、<遊ばせる>は「元気を養う」を以て理由づくとする。

2.4.1 「元気を養う」立論の必要

ひとは、自分が生きるにおいて、分野を細かく選択する。

趣味を選び、部活を選び、履修する科目を選び、専攻を選び、仕事を選び、等々。

細かく選択するのは、人生の与えられた時間にできることは僅かだからである。

そしてこの細かい選択は、《どれを選択しても同じ》でなければ、やっていけないものになる。

いつも「これでいいのか？」になってしまうからだ。

「何でもあり」にしているから、やっていけるのである。

ここで、《「何でもあり」は、何として何でもありなのか》と考える。

答えは、「<生きる>を実現するものとして」ということになる：

《どれを選択しても、<生きる>を実現する効果においては同じ（「等価」）》

なぜ、小学校があり、算数の授業があるのか？

つぎが、答え方になる：

「<生きる>を実現する効果のあることを、やらなきゃならない。何でもいいのだが、「小学校」とか「算数の授業」は、これに使える。というわけで、子どもを小学校に通わせ、算数の授業を受けさせる。」

本テキストは、「算数の授業」のこの意味を、「数学を養う」に対して、「元気を養う」と言い表すことにする。——「体力をつける」とか「○

○能力をつける」の類もありだろうが、最も広い意味では、自分では「元気」のことばがしっくりするので、「元気を養う」を使う。

「何でもあり」「元気」「元気を養う」は、「これはどういうことか？」と考え出したら、哲学になる。

数学教育では、「形式陶冶論」がこの哲学をやっていることになる。

→ 『「学校数学＝形式陶冶」の「形式」とは？』

→ 『学校数学「何でもあり」論の方法』

2.4.2 「元気」

人は、生きる形が多様である。

一方、個々を同類として一括りする名称がいろいろあることが示すように、「生きる」において多くの部分で通底している。

この最も深いレベルの通底に、本テキストは「元気」のことばを用いる。

例えば、学校は、「選択科目」を設ける。

この「選択科目」に、科目の上等下等の意味はない。

<どちらを択っても同じく到達するところのもの>を見ているわけである。

それは、本テキストのことばでは「元気」ということになる。

2.4.3 「元気を養う」は、何でもあり

人は、生きる形が多様である。

この多様は、「元気を養う」で通底している。

このことを、本テキストはつぎのように転じる：

《「同じ「元気」に対し、「元気を養う」の形はいろいろ》

あるいは、

《「「元気を養う」は、何でもあり》

2.4.4 「元気を養う」は、とらえが難しい

子どもの「ワイワイガヤガヤ」は、「元気」に見える。
実際には、その「ワイワイガヤガヤ」の中には、しっかり個人の空虚がある。

また、「元気」にも、良質な元気と「安い元気」の区別をしたくなる。
得やすい元気は、概して、安い元気である。
大事にしたい持続する元気は、「元気」のように見えない。

「元気を養う」は、バランスをとるのが難しい。
——そもそも、「元気」は、とらえからして難しい。

2.4.5 「元気を養う」と「数学」の関係

「元気を養う」の形は、一つに「何かをコンスタントにやらせる」である。
「コンスタントにやらせる」ができるものは、蓄積的なものである。
蓄積的なものは、構成的・体系的なものである。
そこで、「元気を養う」の企画では、適当な「構成的・体系的なもの」をさがすことになる。

このとき、「数学」の出番となる。
「適当」が、「数学」が選ばれる理由である。
「適当」の意味は？
これに簡単に答えられたらよいのだが、そうはいかないのがつらいところである：

→ 『「学校数学」論 — 「学校数学は何のため？」』

2.5 「ジタバタ」の立論

2.5.0 要旨

2.5.1 「ジタバタ」立論の必要

2.5.2 「ジタバタ」：成長をつくる活動形式

2.5.3 「ジタバタ」は、自分がするもの

2.5.0 要旨

算数の授業は、<遊ばせる>が現実解である。

そして、「算数の授業」がこれである。

ここに、「算数の授業」の理由づけが問題になる。

これは、授業としての<遊ばせる>がどう理由づくかの問題である。

「「元気を養う」の立論」の節では、<遊ばせる>は「元気を養う」を以て理由づくとした。

しかしこのとき、つぎの問いが立つ：

「<遊ばせる>は、無条件に「元気を養う」であるか？」

本テキストは、<遊ばせる>の内容が生徒の「ジタバタ」であることを、「元気を養う」の条件にする。

2.5.1 「ジタバタ」立論の必要

算数の授業は、<教える>では保たない。

<遊ばせる>になるのみである。

そして、「算数の授業」は、<遊ばせる>になっている。

一般に、現前は、系の解 (solution) である。

算数の授業の現前が「算数の授業」だということは、「算数の授業」が算数の授業の解だということである。

そこで「算数の授業」の理由づけの問題に進む。

これは<遊ばせる>の理由づけであり、本テキストは「元気を養う」を立てた。

一方、<遊ばせる>は、無条件に「元気を養う」であるとするわけにはいかない。

確かに、「元気を養う」を程度問題にすれば、<遊ばせる>は「元気を養う」であるということもできる。しかし、このように言うことは、教育は要らないと言うのと同じである。

そこで、<遊ばせる>が「元気を養う」であるための規準 (criteria) が、問題になる。

本テキストは、生徒の「ジタバタ」を規準にしようとする。

即ち、つぎを立論しようとする：

《「ジタバタさせる」が、「元気を養う」の形である》

「ジタバタ」の言い回しは、「負荷」と「主体的」が要点であることを言

うためである。

「負荷」を負わせ「主体的」にそこを通過させることが、「元気を養う」の形である。

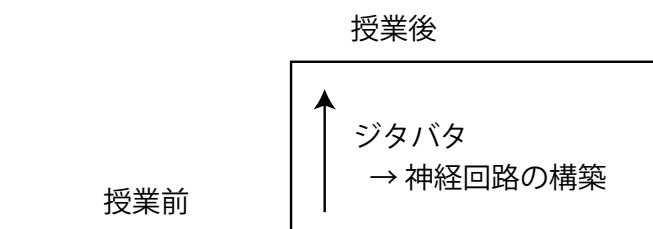
2.5.2 「ジタバタ」：成長をつくる活動形式

算数の授業のアウトプットは、生徒の成長である。

「成長」は、「新しい神経回路が作られる」である。

授業は、「新しい神経回路が作られる」を実現する活動を、生徒に課すものである。

そしてその活動は、「ジタバタ」である。



「数学を養う」と「元気を養う」は、「ジタバタを課す」の点では同じである。違うのは、数学を養う」はジタバタの内容が問われる（「数学か？」）のに対し、「元気を養う」は問われない（「なんでもあり」）ということである。

2.5.3 「ジタバタ」は、自分がするもの

算数の授業は、「ジタバタを課す」である。

「ジタバタを課す」は、「ひとりひとりに課す」である。

「ジタバタ」は自分がするものであり、ひとにしてもらうものではない。

「一斉授業」は、経済性を理由に、「個に対し授業する」を束ねたものである。これが基本である。（例えば「互いに交流させる」が基本なのではない。）

「ジタバタを課す」は、「ひとりひとりに課す」である。

アタリマエのことだが、「ひとりひとりに課す」を強調しなければならない。

なぜなら、現前の算数の授業は、《できる子が活動、できない子はそれを見て学習》仕立ての授業の方が、むしろふつうだからである。（実際、「交流」が入ってきてからは、授業はすっかりこれになった。）

そこで、つぎが授業の見方である：

《生徒ひとりひとりが、ジタバタを、
授業者からちゃんとやらせてもらっているかどうか》

ちなみに、「生徒の興味・関心・意欲」のテーマは、「ジタバタ」との関係で立てるものである。すなわち、それは、「ジタバタの実現」の要素／条件として出てくる。

そして、つぎの問題意識で見ていくわけである：

《「生徒の興味・関心・意欲」のこの手立ては、必要か？余計か？》

3. 算数の授業はなんであなののか (「算数の授業」)

3.0 要旨

3.1 「算数の授業」：系均衡の相

3.2 「算数の授業」：授業成立を期す相

3.3 「算数の授業」：没数学の相

3.4 「算数の授業」：「元気を養う」の相

3.5 「算数の授業」：単純再生産の相

3.0 要旨

「算数の授業」生態学 / 物理学」の章では、「算数の授業」が複雑系であり、このことを以て安定した系になっていることを論じた。

続く「<教える>と<遊ばせる>」の章では、算数の授業に<教える>と<遊ばせる>の区別を立てたとき、算数の授業は<遊ばせる>で立つ他なく、そして「算数の授業」がこれであること、そして<遊ばせる>が教育としてどのように理由づくかを、論じた。

本章は、この二章の概論を受ける論として、「算数の授業」の契機を個別に、ただし主要なところで、拾い上げる。

3.1 「算数の授業」：系均衡の相

3.1.1 系均衡の相

3.1.2 系活性維持機能

3.1.1 系均衡の相

「算数の授業」は、人の生態の系の現象である。
学校教育は、人の生活・生業（なりわい）をつくる。
その生活・生業は、多様である。

教員がいて、生徒がいる。
教育行政の職で生計を立てている者がいる。
教育産業で生計を立てている者がいる。
それぞれに家族ないし生計をともにしている者がいる。
等々。

この多様な生活・生業は、一つの複雑系をなす。
系は、要素が衝突しつつ均衡する。
すなわち、＜生きる＞で衝突しつつ共存する。

「算数の授業」は、この系の均衡相の一つである。
算数の授業が「算数の授業」でなくなることは、これによって生活・生計を脅かされる者が出てくること、そして系が均衡から攪乱の相に移ることである。
系は、攪乱を嫌う。
算数の授業は、「算数の授業」の形で、安定を保つ。

3.1.2 系活性維持機能

心臓は規則正しく鼓動し止（とど）まらない。
止まることは、死ぬことである。
一方、心臓が規則正しく鼓動し止まらないことは、意識にのぼらない。

算数科は生き物である。生き物であるとは、活性化しないと萎んでしまい、そして死んでしまうということである。算数科があるとは、＜算数科を活性化し続けているもの＞があるということ。
＜算数科を活性化し続けているもの＞は、「算数科を活性化し続けているもの」というふうには意識にのぼらない。しかし、これが無くなることは、算数科が萎んで無くなることである。

＜算数科を活性化し続けているもの＞は、いろいろある。
これらは、算数科を保てる形をつくり、保守している。

算数の授業が「算数の授業」なのは、「算数の授業」が算数科の保たれる形だからである。——翻って、「数学を養う」が行われていないことは、《「数学を養う」は、算数科を保てなくする形である》を示している。

教員の研究会活動は、＜算数科を活性化し続けているもの＞の一つである。
研究大会の講演や公開授業は、参加教員を元気にするためのものである。
——萎ませるものであってはならないものである。
そこで、講演は、算数の授業として「算数の授業」を説くものになる。
研究授業は、「算数の授業」をデモンストレーションするものになる。

3.2 「算数の授業」：授業成立を期す相

3.2.0 要旨

3.2.1 「算数の授業」原理：《生徒全員を繋ぎ止める》

3.2.2 「楽しい算数」の「楽しい」の意味

3.2.3 「生徒一人ひとりを大切に」の意味

3.2.4 「興味・関心」の意味

3.2.5 数学的回収の先延ばし

3.2.6 時間切れ

3.2.7 「問題解決」

3.2.8 「理論の論理的構成」と無縁

3.2.0 要旨

算数は普通に授業すれば、即ち、数学の小学生仕様として算数を授業すれば、どれほどの生徒がこれについてくるか？

「ついていかねば困ることになるかも」を思わなくて済むとき、どれほどの生徒が算数の授業についていくか？

算数の授業についていく・ついていかないが生徒の自由意志になるとき、多くの生徒が早々と算数から脱けることになる。

算数とはそういうものである。

何事でも、一定割合の者がこれに関心をもつ一方で、残りに関心をもたない。

これが、「個の多様性」というものである。

算数の授業者は、こんな悠長は言ってもらえない。

生徒が授業についてこないことは、授業崩壊である。

そこで、算数の授業をするとは、授業に生徒全員をついて来させるということである。

算数の授業者は、《生徒全員を繋ぎ止める》を「授業」として行う者になる。このときの授業が、「算数の授業」である。

算数の授業者は、授業崩壊に会いたくなければ、「算数の授業」をしなければならない。

算数の授業の中心は、生徒の学習活動を数学的主題に回収する段である。しかしこれは、生徒が授業から脱ける公算が大の局面である。

よって、数学的回収の段を抜かすことが、「算数の授業」の条件になる。実際、「算数の授業」は、「数学的回収の段が無い」と同じに見てよい。

算数の授業のゴールは、生徒の学習活動を回収するところの数学的テーマである。

しかしこれは、「算数の授業」のゴールにはならない。では、「算数の授業」は何をゴールにしているのか？

「算数の授業」は、生徒の「興味・関心」をつくり、そしてこの「興味・関心」の充足をゴールにする。

ということか？

例えば、「AとBはどちらが大きい？」を、生徒の「興味・関心」に仕立て、そして生徒を「AとBはどちらが大きい？」の解を求める学習活動に入らせたとする。

数学の授業であれば、この学習活動的回収は、つぎのようになる：

「この問題の解を求める過程で、一つの見方・考え方「P」に到達した。

「P」が、実は今日の授業の主題である。

君たちに課した作業は、「P」に到達するための方便であった。

実際、問題の解はAであったが、解自体はどうでもよいものである。

そこでこれより、他の例・いろいろな例で、「P」を練習してみることにする。

「P」を見知ることとこれを身につけることは、まったく違うことであるからだ。

身につけるためには、練習がいっぱい必要になる。」

一方、「算数の授業」は、つぎのようになる：

「問題の解はAでした。

一件落着。

そして、ちょうど終わりの時間になりました。」

授業者にとって、この授業は「P」の授業である。

即ち、「算数の授業」の授業者は、つぎのように考える者である：

《授業の中で「P」を言っていないが、

生徒はこの授業で「P」を学習している。》

3.2.1 「算数の授業」原理：《生徒全員を繋ぎ止める》

算数の授業は，《生徒全員を繋ぎ止める》を原理にしたとき、「算数の授業」になる。

《生徒全員を繋ぎ止める》は、中学数学になって無理なものになり、高校数学になって決定的に無理なものになる。

実際、中学数学になって、「ドロップアウト」が普通のことになる。

高校数学は、「選択制」を以て，《生徒全員を繋ぎ止める》の放棄を明らかにする。

学校数学のこの変化は、つぎの二つが要因になっている：

- A. 学習内容の難度が上がる
- B. 人の成長

A. 学習内容の難度が上がる

学習内容の難度が上がることは、学習内容がますます授業者と学習者を択ぶようになることである。

数学をしっかり身につけていて、かつ授業力のある者でなければ、授業者として保たない。

数学の適性がある者でなければ、学習者として保たない。

B. 人の成長

小学生は、幼児のことを「どうしてあんなことにあんなふうに入入できるんだろう？」と思う。

中学生は、小学校のことを「どうしてあんなことにあんなふうに入入できるんだろう？」と思う。

学校数学は、生徒が子どもから大人になっていくにつれ、「あんなことは、入入するようなことか？」と思うものになる。

数学の授業は、生徒はこれから随意に脱けることができる。

授業成立は、生徒がチャンネルを切らないでくれるかどうかにかかっているという意味では、生徒に主導権がある。

そこで，《生徒全員を繋ぎ止める》を命題にする算数の授業は、番組中視聴率百パーセント維持を強いられたテレビ番組といったふうになり、悪戦苦闘するものとなる。

3.2.2 「生徒一人ひとりを大切に」の意味

数学の授業は、授業者の授業力と生徒の「多様性」の相関になる。
授業者の授業力が高くても、数学に食指が向かない生徒が一定確率で現れる。
強調するが、数学は上手に教えられればだれでも好きになる、というものではない。

これに対し、算数の授業は、《生徒全員を繋ぎ止める》を命題にする。
この命題を引き受けた者は、悪戦苦闘する者になる。
そしてその悪戦苦闘から、倫理および理念を紡ぎ出す。
それが、「生徒一人ひとりを大切に」である。

「生徒一人ひとりを大切に」は、「生徒全員を繋ぎ止める」の言い換えである。

授業成立の条件である「生徒全員を繋ぎ止める」の言い換えである。
実際、授業が成立しているとき、「生徒一人ひとりを大切に」が実現されているわけである。「生徒一人ひとりを大切に」が実現されているとき、授業が成立しているわけである。

中学数学そして高校数学になると、生徒の「多様性」は「授業からのドロップアウト」をはっきりと現してくるものになる。

このとき、「生徒一人ひとりを大切に」は「生徒全員を繋ぎ止める」とイコールでなくなる。

即ち、「生徒全員を繋ぎ止めない」が「生徒一人ひとりを大切に」の意味になる。

そこで、「選択制」というふうになっていくわけである。

中学数学そして高校数学を展望することは、「算数の授業」の特殊性・特異性を理解するのに役立つ。——というより、中学数学そして高校数学と対照することではじめて、「算数の授業」の特殊性・特異性が意識にのぼるところとなる。

3.2.3 「楽しい算数」の「楽しい」の意味

算数の授業は、《生徒全員を繋ぎ止める》を命題にする。

そして、この命題の実現として、「算数の授業」をつくってきた。

だれがつくったというのではなく、大きな複雑系の均衡相としてつくられてきた。

そしてこの「算数の授業」は、「楽しい算数」であった。

即ち、「楽しい」でなければ《生徒全員を繋ぎ止める》はできないの意味で、「楽しい」が算数の授業の必要条件になる。

本来、数学の授業に「楽しい」の含意はない。

算数の授業を「楽しい算数」にすることは、数学の授業の意味を変えることであり、数学の授業を別物にすることである。

「別物化」は、《相手を自分に繋ぎ止める》一般がたどる道である。

即ち、《相手を自分に繋ぎ止める》は《相手の好みに合わせる》になり、《相手の好みに合わせる》は《相手の好むものに変える》になり、《相手の好むものに変える》は「別物化」が必定となる。

例えば、食べ物が食品になるとき、顧客が好きな内容・味付け・色合い・意匠に変えられ、もとの食べ物の別物化となる。

算数の授業も、これと同じである。

「楽しい算数」が算数の授業のよい形だ、というのではない。

「楽しい」は、授業の良し悪しの問題ではなく、授業の成立条件の問題である。

算数の授業が《生徒全員を繋ぎ止める》を自身の条件にすると、算数の授業は「楽しい算数」にならねばならない。これが、「楽しい算数」の本質である。

3.2.4 「興味・関心」の意味

算数の授業は、《生徒全員を繋ぎ止める》を命題にする。

指導法で強調される「生徒の興味・関心」の意味は、つぎの通りである：

「生徒の興味・関心」が、《生徒全員を繋ぎ止める》の生徒側の必要条件。」

「算数の授業」は、授業時間の半分近くを、「興味・関心」の喚起に費やす。そして、喚起した「興味・関心」の余勢を駆って、残り時間にあてた「学習活動」に入っていく。

「余勢を駆う」とは、どういうことか？

勢いのついた流れに「学習活動」を乗せていくということである。

そしてその内容は、「授業者のこれだと思い込んでいる形に、生徒を強引に押し込む」である。

これが、「算数の授業」の方略であり、スタイルである。

「算数の授業」は、「生徒の考え方を大事にした授業」のように思われているが、それは錯角である。

「生徒の多様な考え」は、授業者がこれだと思い込んでいる枠の中の「多様な考え」に他ならない。

虚心坦懐に「算数の授業」を眺めれば、これが授業者の主観に生徒を強引に引っ張る授業であることがわかる。

そして、その「強引」を実現する手法が、「興味・関心」というわけである。

このことは、「算数の授業」の「学習活動」がなぜ本来の数学的主題に

回収されるものにならないかをも、説明する。

即ち、授業者の主観の段階で、既に数学的回収とは別の方向に進んでいる、ということである。

「数学」は、物事を難しく・ややこしくするためにあるのではない。

「こんなふうに見たら物事はスッキリ見えてくるよ」をしようとするのが、「数学」である。

そして、算数の授業は、本来この「スッキリ」を授業のゴールにするものである。

一方、「算数の授業」は、「興味・関心」の充足がゴールになる。

このときゴールした者は、授業者の主観が定めた「興味・関心」である。授業者の主観が、ゴールしたのである。

3.2.5 数学的回収の先延ばし

授業は、生徒はこれから脱けることができる。

授業成立は、生徒がチャンネルを切らないでくれるかどうかにかかっている。

そこで、《生徒全員を繋ぎ止める》を命題にする算数の授業は、1時間のニュース番組が番組中視聴率百パーセント維持を強いられたふうに、自分をなしていく。

このニュース番組は、簡潔・的確にニュースを伝えることは、やってならないことである。時間を保(も)たせられないからである。

そこで、何が起こったかをすぐに言わないようにする。引き延ばしをやるわけである。

視聴者は、焦らされるが、何が起こったかわからないうちはチャンネルを変えられない。この番組に繋ぎ止められることになる。

「算数の授業」は、この「引き延ばし」をやる。

算数の授業の中心は、生徒に課した活動を数学の主題に回収するところである。

「算数の授業」は、この数学的回収をつぎの理由で先延ばしする。

- ・ 数学的回収の段に入れば、生徒は授業から脱けていく。
- ・ 数学的回収をしたら、授業がそれで終わりになる。（「教えたらオシマイ」）

但し、授業者の認めるところではないが、これは生徒や数学の問題ではなくて、授業者の力量の問題である：

- ・ 数学的回収の段に入れば、自分の力量では生徒は授業から脱げていく。
- ・ 数学的回収をしたら、自分の力量では授業がそれで終わりになる。
- ・ 自分には、そもそも数学的回収の力量がない。

こうして、「算数の授業」は、回りくどくダラダラした作業を生徒に課すことに腐心し、数学的回収には向かおうとしない。

また、「回りくどい」は、「意味を外す」に通じる。

もっとも、「回りくどくダラダラした作業を生徒に課すことに腐心」は、授業者の内ではつぎのように合理化されている。

「子どもの思考に従う」

「教え込まない」

3.2.6 時間切れ

算数の授業の中心は、生徒に課した活動を数学の主題に回収するところである。

一方、「算数の授業」は、数学的回収をゴールにしない。

しかし「数学的回収をゴールにしない」は、結局「数学的回収を先延ばしにすることに一生懸命」の格好になる。「回りくどいダラダラした作業で、時間切れまでもっていく」の格好になる：

「時間になりました。」

授業は数学的回収を残した宙ぶらりんの体（てい）で終わった。

しかし、「算数の授業」の立場では、授業はこれでよいのである。

強調するが、「算数の授業」は、もともと「学習活動を数学的主题に回収」をゴールにしていない。

3.2.7 「問題解決」

「算数の授業」は、数学的回収を残した宙ぶらりんの体（てい）で終わる授業である。

しかし、算数の内容は数学であり、体系をなしている。

「算数の授業」は、いかに強引でも、平生の授業には馴染まない。実際、「算数の授業」を立場とする者は、「算数の授業」と平生の授業のダブルスタンダードをやる者である。

「算数の授業」に都合のよい主題は、体系を考えないで済ませる一発的主题である。

そして、「問題解決」が、そのような主題を提供している。

また、「算数の授業」はつぎの構成になるが、これも「問題解決」と相性がよい：

興味・関心の喚起 — (学習活動) → 興味・関心の充足

即ち、つぎの対応になる：

興味・関心の喚起： 問題の提示

興味・関心の充足： 問題の解決

実際、「算数の授業」は、即ち「問題解決」である。

3.2.8 「理論の論理的構成」と無縁

「数学を養う」の授業は、理論の論理的構成を考え、学習過程を一段一段着実に上れる階段に組み立て、そして各段をシンプルにすることを考える。

「算数の授業」は、この考えをもたない。

また、「理論の論理的構成」に意識を向かわせるということをしてしない。結果として、論理的構成の前後にあるものを一緒にしたり、ひっくり返したりを、行うことになる。

構成の肝心な要素を抜くことを、ふつうに行う。

参考：「重さ」単元の論理的構成（付録）

3.3 「算数の授業」：没数学の相

3.3.1 「自分は算数の内容を教えられる」の思い

3.3.2 没数学の相

3.3.3 数学のことばを使えない

3.3.4 「数学を養う」の無理

3.3.1 「自分は算数の内容を教えられる」の思い

「算数」とは、「小学生仕様の数学」のことである。

実際、算数の内容は、そのまま専門数学の「解析学」であり、「代数学」であり、「幾何学」であり、等々である。

小学校教員がそのように思っていないとしたら、それは専門数学を知らないというだけのことである。

よって、自分の学生時代に数学がわからなかった者は、算数がわからない者である。

特に、算数を教えることができない者である。

自分は小学生のときテストでいつも100点をとっていたということは、自分は算数を教えられるということではない。

しかし、自分は教えられるとってしまうのである。

実際、そうってしまうから、大学生の学習塾アルバイトは成立するのであり、小学校教員の算数授業は成立するのである。

どうしてこうなるのか？

《自分がむかし受けた算数の授業を、こんどは自分がやる》をそのまま「算数授業成立」にしているからである。

「算数授業」文化の継承である。

そして、《その「算数授業」は数学の授業ではない》が、この継承の要点(問題点)になるのである。

《その「算数授業」は数学の授業ではない》は、「算数授業」文化継承社

会に自閉しては、わからない。

そこで、大学の学校教員養成課程には、「専門性をつける」といって、専門数学の授業が設けられている。

しかし、この授業がまた、まったく機能していない。

なぜか？

これもまた、一つの<「授業」文化継承の自閉社会>になっているからである。

即ち、「大学授業」文化の継承。

(→『[大学教員の授業力 / 指導力](#)』)

3.3.2 没数学の相

没数学な者が、数学を授業しているつもりで授業している。

さて、その授業は、どんなか？

「数学を養う」だとどうしてもよいことが、重く扱われる。

「数学を養う」で肝心なことが、抜かされる。

「数学を養う」の目には、ことさら「数学を養う」の真逆をやっているように見える。

「算数の授業」は、こうなる。

3.3.3 数学のことばを使えない

「数学」は、「表現者」である。

ものを捉えるのに、上手と下手がある。

上手を追求するのが、学問である。

数学は、この意味の学問の一つである。

《東の山の木2本と西の山の木3本、あわせて5本。》

——この事態をどう表現するか？

《紙に書いた「2」は、遠ざけても、傾けても「2」と読める。》

——この事態をどう表現するか？

数学は、これらの表現をつくる。

しかも、「実現に到る操作」の形にしてつくる。

数学を身につけるとは、数学の表現を身につけるということである。

そしてこれは、数学の言語を身につけるということである。

アタリマエであるが、ことばを身につけることをしてこなかった者は、ことばを使えない者である。

《数学のことばをきちんと使う》は、教員養成系課程の数学教育専攻の学生もできない。

例えば、最も見えそうな「関数」も、＜聞いたことのあることば＞以上のものではない。

推論で常用する数学的な言い回しも、きちんと使えない。

定義で満足に言えるものは、ない。

論理記号を使えば、トンチンカンをやってしまう。

彼らは、数学のことばを身につけることを、してこなかった・していないわけである。

これは、「表現を一つのプロセスとして完結する」の習慣形成が、数学教育として行われなかったということになる。

物に反応するみたいなのを、勉強だとされてきたということになる。

単語を発するで済ませて、文にまで行かない。

——だから、文が書けない。

記号を発するで済ませて、式にまで行かない。

——だから、式が書けない。

文や式の羅列で済ませて、推論までいかない。

——だから、推論ができない。

「算数の授業」は、数学のことばを身につけていない者が担当する。

この者の授業は、当然のこと、「数学を養う」にはならない。

3.3.4 「数学を養う」の無理

算数の内容は、小学生仕様の数学である。

算数の授業は、「数学を養う」を行う。

併せて、一般に授業は「元気を養う」を行う。

算数の授業は、「数学を養う」と「元気を養う」の二つを重ね合わせるものになる。

しかし、小学校では「数学を養う」はできないものになる。

理由は、つぎの2つである：

A. 教員は、数学を身につけていない者である。

よって、人に数学を教えられない者である。

B. 生徒は、数学を身につける鍛錬・修行に耐えられない者である。

よって、数学を学べない者である。

3.4 「算数の授業」：「元気を養う」の相

3.4.1 「算数」は、方便

3.4.2 「一般能力陶冶」

3.4.3 「人材育成」

3.4.4 「問題解決」——「問題解決能力陶冶」

3.4.1「算数」は、方便

算数の授業は、なんであなののか?

算数の授業は、「数学を養う」と「元気を養う」の二つを重ね合わせるものになる。

しかし、現実問題として、小学校では「数学を養う」はできないものになる。

そこで、「元気を養う」が残る。

そしてこのとき、算数の授業はあなる。

「元気を養う」は、何でもありである。

では、なぜ「算数の授業」にする必要があるのか?

「元気を養う」という授業は無い。

「元気を養う」は、何かの授業の形に仮託して行う。

「算数の授業」は、「元気を養う」の方便である。

「元気を養う」は、何でもありである。

「元気を養う」を損なうことだけが、やってはならないことである。

「数学を養う」は、現実には、「元気を養う」を損なうものになる。

よって、算数の授業としてやってはならないものになる。

「元気を養う」が主で「数学を養う」は副か?

そうである。

だから、算数の授業はああでよい。

実際、「数学を養う」は、つぎの位置づけになるものである:

《これをやれる力が自分にあり、

そして「元気を養う」を損なわずにやれるのなら、やりなさい》

3.4.2「一般能力陶冶」

「算数の授業」が授業のねらいを述べる時、そのことばは一般目標ないし高次目標を述べるふうになる。

実際、「算数の授業」は、授業を「一般能力陶冶」として行うものである。算数の勉強は、「一般能力を身につけるといふ目的の手段」の位置づけになる。

3.4.3「人材育成」

「算数の授業」は、授業の意味を「人材育成」にする。

「人材」の記述は、「一般能力」のことばを用いる。

実際、「算数の授業」にとって、「人材育成」を述べることは「一般能力陶冶」を述べることと同じである。

「算数の授業」が授業の意味とする「人材育成」は、「この時代を生き抜く人間の育成」である。

「算数の授業」は、「人間が育つとは、この時代を生き抜く人間に育つことである」という人間観を、暗黙に定めていることになる。

これに対し「数学を養う」の方は、「人間」の意味を普遍的に考える趣がある。

「この時代」を、相対的に考える。

今日学校教育で謳われる「グローバリズム」は、問題にならない。

「数学を養う」は、なぜこのような考え方になるのか？

実際、これが数学の真骨頂ということになる。

数学の勉強には、何かしら、世間から外れる契機がある。

これは、「算数の授業」が見ないところである。——「即時代」で自らを立てるのが、「算数の授業」だからである。

3.4.4 「問題解決」——「問題解決能力陶冶」

「算数の授業」は、「問題解決学習」の授業を好むものになる。

理由の一つは、「問題解決」が「算数の授業」の型であるつぎの構成と相性がよいことである：

興味・関心の喚起 — (学習活動) → 興味・関心の充足

即ち、つぎの対応になる：

興味・関心の喚起： 問題の提示

興味・関心の充足： 問題の解決

理由のもう一つは、「問題解決能力陶冶」が、「算数の授業」が自身の位置づけとしている「一般能力陶冶」だからである。

実際、上の2つの理由を以て、「算数の授業」は「問題解決」と一体のようにしてある。

3.5 「算数の授業」：単純再生産の相

3.5.0 要旨

3.5.1 教員のライフサイクル

3.5.2 世代忘却

3.5.3 単純再生産型教育ビジネス

3.5.0 要旨

「算数の授業」は、単純再生産されるようになっている。
そのメカニズムの一つが、教員のライフサイクルそして代謝である。

教員は、教員のライフサイクルを過ごす。
算数の授業の素人として、キャリアを開始する。
退職を間近に控える頃になって、算数の授業が少し見えてくる。
そして、退職になる。

このライフサイクルは、ショートカットできない。
実際、前の世代の経験値は、後の世代に引き継がれない。
算数の授業の経験値は、カラダの成長であり、引き継がれるものではないからである。

特に、一時代の教育的ムーブメントは、世代忘却される。
同型のムーブメントが、世代替わりの相で繰り返される。

一般に、学校教育は、教員のライフサイクルと代謝をメカニズムにして、単純再生産される。
そしてこの構造は、つぎをビジネスモデルにした単純再生産型教育ビジネスを呼び込む：

《新しい世代が新しい顧客になることにより、
同一商品が長期間通用する》

3.5.1 教員のライフサイクル

教員は、教員のライフサイクルを過ごす。
算数の授業の素人として、キャリアを開始する。
退職を間近に控える頃になって、算数の授業が少し見えてくる。
そして、退職になる。

このライフサイクルは、ショートカットできない。
実際、前の世代の経験値は、後の世代に引き継がれない。
算数の授業の経験値は、カラダの成長であり、引き継がれるものではないからである。

3.5.2 世代忘却

算数の授業の経験値はカラダの成長であり、前の世代の経験値は後の世代に引き継がれない。

特に、一時代の教育的ムーブメントは、世代忘却される。

同型のムーブメントが、世代替わりの相で繰り返される。

例：「数学的思考方」→「数学的問題解決」→「数学的リテラシー」

3.5.3 単純再生産型教育ビジネス

一般に、学校教育は、教員のライフサイクルと代謝をメカニズムにして、単純再生産される。

そしてこの構造は、つぎをビジネスモデルにした単純再生産型教育ビジネスを呼び込む：

《新しい世代が新しい顧客になることにより、
同一商品が長期間通用する》

「算数の授業」コンテンツビジネスは、同一コンテンツに時代的な意匠をつけるふうにして使い回すというのが、基本である。

この単純再生産型教育ビジネスは、学校教育に対し「単純再生産型」をフィードバックする。

単純再生産される「算数の授業」コンテンツは、「算数の授業」の単純再生産に与る。

4. 「算数の授業」の評価法（「評価作法」）

4.0 要旨

4.1 授業者の特性のとりえ

4.2 授業の「達成」を問う

4.3 「算数の授業」の功罪の罪のとりえ

4.4 算数の無意味——算数は生態系

4.5 「授業等価」の達観

4.6 「ジタバタ」

4.7 研究大会の研究授業

4.0 要旨

「算数の授業」の能力は、喚起した興味・関心をどれだけ長い時間持続させることができるかの能力である。

ところで、《喚起した興味・関心を持続させる》は、〈教える〉とは違う。

実際、それは、〈遊ばせる〉である。

それは、〈教える〉にはならない。

教員の「算数の授業」力が高いことは、生徒の算数の学力が高いことにはならない。

むしろその逆になり得る。

実際、生徒の学力低下が問題になって「基礎・基本」が主張されるとき、この学力低下をもたらした算数の授業は「算数の授業」である。

単純な話で、授業が〈遊ばせる〉になれば、学力は低下する。

授業が〈教える〉になれば、学力は向上する。

では、どうして授業を〈遊ばせる〉にするか？

〈遊ばせる〉でなければ授業が保（も）たないからである。

これも、単純な話ということになる。

「算数の授業」の評価法（「評価作法」）は、この単純なことを見て取る
ことである。

この単純なことが見て取れることが、「算数の授業」を正しく評価できた
ということである。

ここで留意すべきこととして、「単純」は、「因果の対応が単純」という
ことである。因果の機序（メカニズム）は複雑である。

実際、「授業を〈遊ばせる〉にする」も「授業を〈教える〉にする」も、
言うのは簡単だが、どちらもできないことである。だから、授業者は
悪戦苦闘しているわけである。——好きで悪戦苦闘しているわけではな
い。

4.1 授業者の特性のとりえ

4.1.1 授業者の成長

4.1.2 授業者のこだわり

4.1.1 授業者の成長

授業者は、成長する。

最初は、「授業」がわからないので、「授業」の形をしたものをつくる。
そしてだんだんに、自分の「授業方法論」をつくっていく。

いつも「失敗」の繰り返しであり、試行錯誤の連続である。
「失敗」は、自分の「授業方法論」にフィードバックされる。
「失敗」が、成長の糧である。

成長は、遅々たるものである。

自己評価は、いつも勘違いである。

後になって振り返るとき、それを知る。

そこでつぎは、「算数の授業」の評価作法である：

「授業者を、成長過程として見る」

4.1.2 授業者のこだわり

授業者の成長は、授業に対する独自の〈こだわり〉の形成である。

授業者とは、〈こだわり〉のことである。

〈こだわり〉は、個の多様性と重なり、多様性を現す。

「多様性」は、系の欲するものである。

系の合理の実現である。

そこでつぎは、「算数の授業」の評価作法である：

「〈こだわり〉の多様性を、そっくり受容する」

4.2 授業の「達成」を問う

4.2.1 「算数の授業」は、「達成」を設定しない

4.2.2 「達成」を問うことが、生徒の側に立つこと

4.2.1 「算数の授業」は、「達成」を設定しない

「算数の授業」は、授業の「達成」を設定しない。
授業は、終わりの時間がきて終わるといふことになる。

授業の「達成」を設定しないのは、「達成」を述べられないからである。
実際、「算数の授業」が立てる「達成」は、「一般能力」である。
これは、一回の授業の「達成」として述べられるものではない。

「数学を養う」だと、1回の授業の「達成」として設定するものは、即
内容であり、たとえばつぎのようなものである：

「一方が2倍、3倍、……になるとき、もう一方も2倍、3倍、
……になる」の言い回しができるようになる。」

「算数の授業」では、これは「達成」というものにならない。

しかし「算数の授業」の授業者は、自分の授業についてつぎのように言
えるわけでもない：

「これ1回の授業では「達成」は述べられないが、ある一般能力陶
治達成の全行程の中に、この授業はきちんと位置づいている。」

授業は、独り授業者がこの意味を承知しているふうになる。
しかし、「授業と一般能力の関係」はとらえられるものではない。
授業者は、そこでは思考停止している。

4.2.2 「達成」を問うことが、生徒の側に立つこと

授業の評価は、授業者の受容と授業に対するダメ出しである。
——受容とダメ出しは、矛盾しない。

下手な授業は、授業者を「ベスト・エフォート」として受容する一方で、
下手は生徒被害であるから、授業にはダメ出しする、という形になる。

こだわりと上手下手の関係は、「こだわりでやったことのうちに、上手
下手がある」である。《こだわりを受容し、下手にはダメ出し》が、授
業評価の形になる。

そこでつぎは、授業の評価作法である：

「生徒の側に立つ」

現前の「算数の授業」は、全体ではよくもわるくもならない。
即ち、下手上手のデコボコを全体でならしたところでは変わらないとな
るところの、確率的現象である。

しかし個人は、全体として生きるわけではない。

個は、自身の<生きる>をやり、自分の授業に対するダメ出しを成長の
糧にする。

そこで、授業の評価作法の「生徒の側に立つ」は、つぎと同じである：

「授業者に成長の糧をやる」

「上手下手」の規準は何か？

「達成」である：

4. 「算数の授業」の評価法（「評価作法」）

《その授業で、生徒に何か「達成」があったのか？

「達成」があれば、それは何か？》

授業は、結果である。

4.3 「算数の授業」の功罪の罪のとらえ

4.3.1 「できる子・できない子」

4.3.2 「算数の授業」は、保(も)たない

4.3.1 「できる子・できない子」

学校教員養成系大学・学部の数学教育専攻は、専門数学の授業を設けている。即ち、専攻学生は、専門数学の授業を受ける。

小学校教員志望学生に専門数学を課すことについては、つぎの説明がなされる：

相手が小学生でも、「専門性」がわかっていないと、授業はできない。

だから、小学校教員養成課程でも、学生はどれかの専攻に属し、専門性をつけることを課される。

数学教育専攻だと、専門性をつけることとして、専門数学の授業を受けることになる。

しかし、この説明は、実状とかけ離れたものになる。

即ち、専門数学の授業では、学生は全員ドロップアウトする。

このドロップアウト学生が、小学校教員になり、算数の授業をする者になる。

この説明だと、

「専門数学の授業は、まったく教員養成の役に立っていない」

となり、

「そういうことなら、やめてしまえ」

となるのみである。

専門数学の授業で学生がドロップアウトするのは、つぎが理由である：

A. 授業者は、授業ができない。

B. 学生は、数学の勉強に耐えられない。

算数を授業する小学校教員は、数学の授業での自分のドロップアウト経験を役立てることができる。実際、算数の授業を考える上で、これがもっとも直接的な、したがって重宝な、ヒントになる。

即ち、自分のこの経験を想起するとき、算数の授業が単純には「数学を養う」にはならないことがわかる。

「自分の授業は何をやっていることになるのか？」の自問を立てられる者になる。

翻って、もっともダメなことは、自分が数学の授業でドロップアウトした者であることを忘れて、自分を「数学を養う」をできる者に見なしてしまうことである。

このような教員は、必ず「できる／わかる子」「できない／わからない子」を言い出す。

すなわち、自分の授業に自分の欲する形で応じてくる生徒を「できる／わかる子」にし、そうでない生徒を「できない／わからない子」にする。しかしこれは、要するに、授業者のトンチンカンな授業に授業者の欲する形で応じてくる生徒が「できる／わかる子」であり、そうでない生徒が「できない／わからない子」ということである。

本テキストは、「数学を養う」を、「算数の授業」を外から見る視点として用いている。「算数の授業」は「数学を養う」でなければならないみたいなことを言うためではない。

授業者は、「数学を養う」では、トンチンカンな授業をしてよい。実際、トンチンカンな授業になるのみである。そのことは、批判されることではない。

批判されることになるのは、自分のトンチンカンがわからないで、「で

きる / わかる子」「できない / わからない子」を言い出すことである。なぜ批判されることになるかという点、**「できる / わかる子」**になることも**「できない / わからない子」**になることも、生徒被害だからである。

「できる / わかる子」「できない / わからない子」を言い出さない教員には、まず出会わない。

実際、「算数の授業」は、「できる / わかる子」「できない / わからない子」のストーリー仕立てになっている。

そこでつぎは、「算数の授業」の評価作法である：

「**「できる子・できない子」**が立てられることを、容認しない」

4.3.2 「算数の授業」は、保(も)たない

「算数の授業」は、中学数学、高校数学とつながる。

「算数の授業」の評価は、学校数学全体のスパンで考えるものになる。

このとき、「算数の授業」は、将来の破綻を用意するぐあいになっている。その破綻は、「生徒が数学の授業からドロップアウト」である。

数学の授業からのドロップアウトは、つぎの2つが理由である：

- A. 没論理が、論理として教えられてきた
- B. 数学の勉強に耐えるカラダが、つくられてこなかった

A. 没論理が、論理として教えられてきた

数学は、論理体系である。

算数の没論理には、没論理を重ねることになる。

これは、続かない。

実際、没論理は、**「わかる」**が無いわけであるから、生徒はこれを飲み込むのみである。そして、飲み込むのがだんだんたいへんになっていく。そして、ギブアップになる。

「授業からドロップアウト」というわけである。

B. 数学の勉強に耐えるカラダが、つくられてこなかった

算数が**「数学の勉強に耐えるカラダづくり」**であるとき、それは**「耐える算数」**である。そして、「耐える算数」は、学校教育にならない。学校教育になるのは、「楽しい算数」である。

4. 「算数の授業」の評価法（「評価作法」）

実際、学校では「楽しい算数」が行われる。

「算数の授業」は、将来の破綻を用意する。

一方、小学校教員は、「算数の授業」に自足している。

この自足は、「将来の破綻は、中学数学・高校数学の責任である」ということになる。

しかし、事実上、破綻は算数のところではまだ顕著にならずに済んでいる、というだけのことである。

そこでつぎは、「算数の授業」の評価作法である：

「将来の破綻のもとがそこでつくられていることを、見逃さない」

4.4 《「算数の授業」は生態系》の押さえ

4.4.1 授業評価は、生態系に対する物言い

4.4.2 「算数の授業」の無意味

4.4.1 授業評価は、生態系に対する物言い

「算数」は、人の生きる系の一つである。

個々が自分の〈生きる〉を、「算数」の題目に寄せて行動する。

その行動全体が現してくる系が、「算数」である。

「算数」は、生態系である。

授業は、生態系としての「算数」の現象である。

そして「算数の授業」は、この現象の現実である。

強調すべきは、それは独り授業者と生徒の出来事ではないということである。「算数の授業」は、《一つの生態系が授業者と生徒を媒体にして表現されている》と見るものである。

翻って、「算数の授業」の評価は、これの背後にある生態系に対する物言いである。

ところで、生態系に物言うのは虚しい。

よって、「算数の授業」の評価は虚しい。——本質的に、虚しい。

実際、教員は、自分の授業に対する批判に対しては、つぎのように返すのを常套にしている：

「学習指導要領、教科書は、こうなっている。
自分はこの通りにしているだけだ。」

これは、「自分の授業は、背後にある一つの生態系の表現に過ぎない」を、訴えているわけである。

そして、このことばが返ってくることがわかっている授業評価は、確かに虚しい。

4.4.2 「算数の授業」の無意味

算数は、生態系である。

生態系は、個々の〈生きる〉が系のモーメントである。

全体としてどこかに向かうことが定められている、何かをすることが定められている、というものではない。

生態系は意味をもたない。

算数は無意味である。

「算数は無意味」は、「経済は無意味」と同じである。

経済は、意味・目的で立つのではない。個々の〈生きる〉が現してくる系である。算数は、これと同じである。

実際、算数をこのように見るときのこの位相は、「経済の部分系」である。

「算数は無意味」の認識は、重要である。

なぜなら、ひとは、《ものには意味・目的がある》として意味・目的を最初から当て込むのを習慣にしているからである。

算数の意味は、後付けされる意味である。

そして、どんな意味が後付けされているかを見ることは、また一つの授業評価である。

4.5 「授業等価」の達観

4.5.1 評価は、視点のポジショニング依存

4.5.2 「授業は何でもあり」——「一生懸命」

4.5.3 「授業はどれも同じ」——「元気を養う」

4.5.1 評価は、視点のポジショニング依存

いま、自分の立つ地点から、上昇してみる。

自分の棲む世界が眼下に展望されてくる。

併せて、これまで自分にとって特別であったものが、雑多の中に相対化され、そして埋没する。

はじめデコボコに見ていたものが、平らになっていく。

また、自分の棲む世界に対し、これと大きく異なる世界を対置してみる。

そしてこの世界から自分の世界を臨んでみる。

多様性と見ていたものが、同じものになる。

見えるものは、視点のポジショニングに依存する。

特に、「算数の授業」の評価は、視点のポジショニングに依存する。

4.5.2 「授業は何でもあり」——「一生懸命」

「算数の授業」を俯瞰する。

俯瞰の高度をさらに上げる。

「授業は何でもあり」が見えてくる。

なぜ「なんでもあり」になるのか？

「算数の授業」は、複雑系である。

(→ Ch. 算数の授業はなんであなののか (「算数の授業」))

この「算数の授業」は、「なんでもあり」を含蓄する。

本テキストは、「算数の授業」が合理化される形を論考している。

この合理化には、「なんでもあり」の合理化が含まれる。

「なんでもあり」は、何を以て合理化されるか？

本テキストは、それを《授業者はそれぞれ一生懸命》にする。

授業者はそれぞれの限界の中で立つのみであり、そしてこの限界のなかで自分のベストを行おうとする。

一生懸命をやる。

「算数の授業」は「なんでもあり」だが、根底は、授業者それぞれの一生懸命である。

本テキストは、この「一生懸命」を戴く。

このとき、つぎのように進む：

「一生懸命」を戴くことは、「なんでもあり」を戴くこと。

「なんでもあり」を戴くことは、「算数の授業」を戴くこと。

4.5.3 「授業はどれも同じ」——「元気を養う」

一つの世界の中の出来事は、その世界と大きく異なる世界が対置される
とき——特に、その世界を圧倒するようなものが傍らに立つとき——「ど
れも同じ」になる。

「数学を養う」の側から「算数の授業」を見る。

「算数の授業」は、「どれも同じ」になる。

ここで、つぎの問題を立てる：

《「算数の授業」に対するどんな意味づけが、
この「同じ」を回収するものになるか？》

本テキストは、「元気を養う」を答えにする。

4.6 「算数の授業」の評価形式

- 4.6.1 評価形式：「ジタバタを一生懸命課す」
- 4.6.2 現実：「ジタバタを課す」は行われない
- 4.6.3 授業運——ジタバタ運

4.6.1 評価形式：「ジタバタを一生懸命課す」

「算数の授業」の評価は、「元気を養う」になっているかの評価と、授業者の「一生懸命」の評価である。

即ち、つぎが「算数の授業」の評価形式である：

《「元気を養う」を、一生懸命やっている》

《「元気を養う」になっている》の規準 (criteria) は、何か？

「生徒がジタバタしている」である。

よって、「算数の授業」の評価形式は、つぎのようになる：

《生徒にジタバタさせるを、一生懸命やっている》

註：翻って、「算数の授業」を科学に乗せる——「算数の授業」の科学的理論をつくる——とは、「ジタバタ」「一生懸命」の科学的定量化をなすということである。そしてこれは、無理なことである。

4.6.2 現実：「ジタバタを課す」は行われない

「算数の授業」は、「ジタバタを課す」が授業のすべてであると言ってよい。しかし、「ジタバタを課す」は行われない。

これについては、「授業に対する授業者の勘違い」をいろいろ見ていくことになる。

例えば、「授業者と生徒の間の親密・密接な関係」を授業の形だと思う（さらに、これを授業の見栄えのように思う）勘違い。

この勘違いでは、生徒との細かなやりとり、エンターテインメントが多くなる。

ところで「ジタバタを課す」は「丸投げ・放ったらかし」が基本である。よって、この授業者のとらないところとなる。

「算数の授業」の教員は、動けないでいる生徒のことを、無効な時間を過ごしていると思う。

そして、この場合「まわりとの話し合い」に入らせることが、せめてもの有効な時間を過ごさせることになると思う。

ところでこれは、水泳の授業でつぎのどちらをとるかの問題である：

- A. プールの中に入れ、好きにさせる。
- B. プールに入らなくてよいことにし、プールに入っている子と話し合いをさせ、それで勉強がなったことにする。

実際、《生徒は「まわりとの話し合い」で算数の勉強ができる》とする授業者は、《生徒は「まわりとの話し合い」で水泳の勉強ができる》と

する授業者である。

この授業者は、つぎのことを知らない者である：

《「動けないでいる」は、「勉強」の重要な様態の一つである。
「動く」よりはるかに重要になっているときもある。》

4.6.3 授業運——ジタバタ運

「算数の授業」の評価形式は、つぎのようになる：

《生徒にジタバタさせるを、一生懸命やっている》

ここで、「一生懸命をやらない授業者」というのは、本テキストでは考慮の外におく。

問題は、「生徒にジタバタを課さない授業者」である。

「生徒にジタバタを課す」が行われない現実があるからである。

生徒にジタバタを課す授業者に当たるか当たらないかは、生徒の運である。

「生徒にとっての授業者の当たり外れ」として、この運は厳然として存る。

先の「授業はどれも同じ」の達観は、これに「授業運」の達観を合わせることが必要になる。

4.7 研究大会の研究授業

4.7.0 要旨

4.7.1 研究授業は、「問題解決」授業

4.7.2 研究大会の趣旨・意向を読む

4.7.3 参加者数は、力学場

4.7.4 ディスカッションでの「数学」の出る幕

4.7.0 要旨

研究大会の算数の研究授業は、ほとんどが「算数の授業」である。即ち、研究授業は、＜良質な「算数の授業」＞を提示する心づもりでつくられるのがふつうである。

授業参観する教員の方も、自分の「算数の授業」を＜良質な「算数の授業」＞と比較することで、＜良質＞を学習し、これを自分の「算数の授業」へ持って帰ることを、研究大会参加の目的にしている。

研究授業の「算数の授業」は、研究大会仕様の「算数の授業」になる。授業後に行われる授業の考察（「授業反省会」）も、研究大会仕様になる。こうして、＜良質な「算数の授業」＞の＜良質＞も、研究大会仕様になる。

「研究大会仕様」というときの「研究大会」は、性格が様々である。そして、研究大会の性格が、＜良質な「算数の授業」＞を独自に定めていく。

4.7.1 研究授業は、「問題解決」授業

研究授業の授業者は、失敗しない授業をつくる。

実際、授業で失敗してみようとは、ふつう思わない。

「算数の授業」は、〈遊ばせる〉授業である。

「算数の授業」を失敗しないようにつくるとは、〈遊ばせる〉を失敗しないようにつくるということである。

そしてそれは、最後まで持続する〈遊ばせる〉をつくるということである。

〈遊ばせる〉は、「興味・関心の喚起」から始まる。

この「興味・関心」は、遊びの興味・関心である。

しかし、算数の勉強は遊びでない。

よって、興味・関心は減衰し、〈遊ばせる〉は失速する。

そこで授業担当者は、どうしたら興味・関心を保(も)たせることができ、〈遊ばせる〉を保たせることができるか、と考える。

この場合、「興味・関心の喚起」で授業時間の多くを使ってしまうというのが、安直だが確実・最上の策になる。

残りの時間は、喚起した興味・関心の惰性を駆ってやる。

これは、一つのことをひっぱり、確実である。

そこで授業担当者は、どんな素材だと、このような授業をつくれるかと考える。

ここで、「問題解決」となるわけである。

「問題解決」だと、「問題への興味・関心の喚起」で授業時間の多くを使い、残りは「問題の解決」一本で生徒の活動をひっぱり、最後に解を出し、授業を終わりにできる。

4.7.2 研究大会の趣旨・意向を読む

研究大会には趣旨・意向がある。

ここにいる「趣旨・意向」は、主宰者が述べる趣旨・意向とは違うものである。

研究大会は、主宰者の手を離れる。主宰者の思惑を超えるものになる。主宰者は、自分が何を主宰してしまったのか、実はわかっていない者である。

参加者は、研究大会の趣旨・意向を、「空気」として、その場で察知していくことになる。

研究大会の趣旨・意向は、いろいろである：

- 日々の研鑽の成果発表
- 交歓・交流
- オブリゲーション
- セレモニー
- 勢力拡大・勢力保持・勢力挽回
- 感化 / 啓蒙
- 人物プロモーション
- 商品キャンペーン
- 等々

研究大会の趣旨・意向を外した研究授業に対する発言は、原則、しないことになる。

ただし、趣旨・意向にベッタリの発言は、「お追従」の嫌味がある。ベッタリ発言が続くのは、主催側にとっても不都合である。そこでふつうは、

適度にベツタリでない発言を、ベツタリ発言と併せて求めるぐあいになる。

4.7.3 参加者数は、力学場

参加者数は、それ自体で、力学場をつくる。
そして、それ固有の運動法則を現していく。
例えば：

(1) 授業は、授業ショーに

研究授業は、参観者数が多くなると、授業ではなく授業ショーになる。
それは、「楽団の演奏会」といったものになる。
《指揮者が曲をどのように解釈し、楽団員にどんな音を出させるか、観賞する》になるわけである。

実際、これが授業参観だと思われるむきもある。
したがって、「楽団の演奏会」と「授業」の違いを確認しておくことは、無駄ではない。
「授業」は、「生徒が……をわかる・できるようになった / ならなかった」が評価の形である。

(2) ディスカッションは、講演に

研究授業の反省会は、参加者数が多くなると、ディスカッションの場としては成り立たなくなる。
参加者は、授業者の思いを聴く役割に回る。
「思いを聴く」は、若い教員だと「思いを承る」になり、さらに「教えてもらう」になる。
反省会は、ディスカッションの場ではなく、講演の場になる。

4.7.4 ディスカッションでの「数学」の幕

研究授業では、ディスカッションがもたれる。
「算数の授業」の場合、ディスカッションに「数学」の幕は、《授業者 / 参加者が、主題の「数学」の自分の捉えを危ぶむ》のシーンを除けば、ほぼ無い。
「算数の授業」はあくまでも「元気を養う」であり、そして「数学」は「元気を養う」を邪魔するものになるからである。

おわりに

算数の授業は、なんでああなのか。
ああなるのみだから、ああなのである。

実際、算数の授業は、ずっとああである。
何もしてこなかったからずっと変わらない、というのではない。
ずっと「改革」が唱えられ、「改革」の実践が起こされ、そして変わらないのである。——「改革」が成り立つものなら、とっくに他の形に変わっている。

註：「算数の授業」に「変わる」が見えたとすれば、それは「景気変動」というときの「変動」（もとに戻る「変わる」）である。

若い世代は、「変わらない」の歴史を知らないので、「改革」に飛び込む。かつて「改革」に飛び込んだ古い世代は、「改革が教育を変える」みたいのはウソなんじゃないかの思いをもつふうになり、「改革」の傍観者を決め込む。

「改革」をビジネスとしている者は、「いまこそ改革の時」のラッパを吹き続ける。

この風景は、ずっと変わっていない。

「算数の授業は、「改革」込みで、変わらない」ということである。

ここで、見方を転じる。

「変わらない」は、「至っている」である。

これが、本テキストの、「算数の授業」を見る立場である。

注意すべき点として、「至っている」は「総体として、至っている」である。

総体の要素は、デコボコであり、デコボコの運動である。

総体としての「算数の授業」に対し、個々の「算数の授業」がある。

この区別が重要である。——実践的に重要である。

こうして、「算数の授業」の評価は、つぎの2通りである：

A. 総体としての「算数の授業」のとらえ

B. 個々の「算数の授業」の評価

本テキストは、これを論じた。

すなわち、Aを「II. 算数の授業はなんでああなのか（「算数の授業」）」

で論じ、Bを「III. 「算数の授業」の評価法（「評価作法」）」で論じた。

付録：「数学を養う」の授業例

「足し算」

「重さ」

「平均」

「比例関係」

例：「足し算」

「足し算」の授業を「数学を養う」として行うとき、それはどのようなものになるか？

「足し算」の授業で生徒に養う数学は、主につぎの4つである：

1. 「和」の概念
2. 求和アルゴリズム
3. 記号「+」の用法
4. 記号「=」の用法（「相等」の概念）

授業は、これを小学生仕様でやっていく。

ここでは、「求和アルゴリズム」の授業の流れを示す。

（授業の主題の提示）

T. 始めます。

T. いつものように、きょう勉強することを、さいしょに言います。

T. アヒルが、こっちの池に5わ、こっちの池に3わいる。

あわせて何わ？ときいたら、みんなはもちろん答えられるね。

C. 8わ

T. どうやって「8わ」を求めた？

C.（「数える」に類する答えを返す）

T. きょうは、「あわせていくつ」をかぞえないで求める方法を、勉強します。

T. 「かぞえないで求める方法」とは、「計算で求める」です。
(板書)「あわせていくつを、けいさんでもとめる」

註：授業者の主題のとらえは、主題提示の板書のことばで試される。

(既習の押さえ)

T. またいつものことですが、きょうの勉強をするためにわかっていなければならないことを、押さえます。

T. みんな、1, 2, 3, 4, …… と唱えて、100 まで言えるね？

C. 言える

註：「唱える」のことばを使えるようにしておく。「数える」のことばは、「個数を数える」の「数える」と紛れるからである。

T. だったら、OK。
必要なのは、これだけ。

C. (拍子抜け、安堵を返す)

(以上が「導入」と称している部分、以下「展開」と称する本題の部分に入る)

(課題提示)

T. あひるの問題をそのまま使います。
数えないで「あわせていくつ」を求める方法を、みんなに考えてもらう。

註：「展開」部は、「課題解決」型に構成するのがよい。「自分で考える・作業する」を生徒にしぜんにやらせることができるからである。

T. つい数えるをやってしまわないように、5 と 3 の数だけ書いて、これを出発にします。
(「5」と「3」を横に並べて書く)

(課題解決)

T. みんなに考えてもらうって言ったけど、これを全部自分で考え出せたらたいしたもの。
ペアノという大数学者が考えついたものだから。
(「ペアノ」を板書)

C. エー

T. だから、ヒントを出します。
3 わの池のアヒルを 1 わ、5 わの池に移してやる。
(「5 3」の板書に対し、指で「移動」をパフォーマンス) どうなる？

C. 6わと2わになる。

T. 6わと2わになったから、5と3の下に、6と2を書きます。

T. これでヒントはおしまい。

T. この後は、自分で考える。

いつもの先生の言い方だけど、ジタバタしなさい。

T. さあ、どうでしょう。

あわせて8わの「8」を、出せた？

C. 出せた。

C. 1わずつ移して、数を書いていくと、8が出てくる。

T. 「残念ながらできなかった」というひとは？

いないね。

T. じゃあ、代表してだれかに前に出てやってもらおうか。

(一人を指名)

C. (板書)

5 3

6 2

7 1

8 0

註：「0わ」のように「0」を用いることを、既習にしていること。

T. 出たね。

T. ところで、「これって計算か？」と思った人、いるかな？

あ、いるね。

でも、数学ではこれも「計算」です。

T. というわけで、みんなはペアノ大数学者の方法を、みごと見つけました。

これは、自分を大いに褒めてやっていいぞ。

(練習)

T. さて、授業は、残りの時間、何をする事になるでしょう？

C. 練習。

T. はい、よくできました。

いつも言ってるけど、「わかった・できた」はゴールじゃない。

「身につける」がゴール。

「わかった・できた」を信用しちゃあいけない。

ということで、身につけるための練習に行くぞ。

T. (板書)

「りんご8こと5こ、あわせてなんこ？」

「木が4本と7本、あわせてなん本？」

「八子が28匹と13匹、あわせてなん匹？」

C. (作業)

註：「28 と 13 の和」は、現行だと「2 位数」「位上がり」の話になって、まだ先の内容になる。

一方、「和のアルゴリズム」を主題とするこの授業は、「28 と 13 の和」をしぜんに扱うものになる。

(以上で「展開」部が終了。以下は「まとめ」と称している部分)

(まとめ)

T. では、きょう勉強したことをまとめます。

きょうは、「あわせていくつ」を計算で求めるやり方を勉強しました。
(練習問題の解答を使って)

1 つずつ、片方を増やし、片方を減らす。

片方が 0 になったときのもう片方が、「あわせていくつ」の「いくつ」。
(板書)

「1 つずつ、かた方をへらし、べつのかた方をふやす。

かた方が 0 になったとき、べつのかた方があわせたかずになる。

(振り返り)

T. 最後に、きょうの授業で、みんながどこからどこまでできたか、確かめます。

T. きょうの勉強で必要だったのは、「1, 2, 3, ……」って唱えられること。
そして、「あわせていくつ」を計算で出せるところまでできました。
(板書)

「あわせていくつ」のけいさん

1, 2, 3, ……」

(次時の内容の予告)

T. さて、つぎの時間は何をするかですが……

つぎの時間は、きょうできるようになったことを使って、
(板書)「たしざん九九」
というものをつくってもらいます。

T. それでは、終わります。

例：「重さ」

算数が扱う量は、つぎのものである：

I. 離散量

「個数」一般

II. 順序稠密量

1. 単一

a. 数学的対象の測度に還元される量（数学の対象になる量）

「長さ」「面積」「体積」（「かさ」）「角度」

b. 還元されない量（数学の対象にならない量）

「重さ」「時間」

2. 比例関係

「速さ」

「密度」一般（「混み具合」「生産性」「得点力」等々）

ここで「数学的対象の測度に還元される」とは、例えば「長さ」なら、数学的対象である「2点間の距離」に還元されるということである。——特に、「長さ」を内包する数学的対象の絵（「線分」）を描くことができる。

これに対し「重さ」「時間」は、なにかの数学的対象の測度という内容にできない。

これは、「重さ」「時間」は、算数の授業においては絵をもたない》ということである。

また、数学的対象の測度に還元される量では、測度や計算の前処理とし

て「測度・計算に都合よいように数学的に整形」を考えられることになり、実際、算数の主題になる。——「等積変形」と呼んでいるのが、これである。

一方、「重さ」「時間」では、「整形」はない。

「重さ」「時間」は、数学的対象の絵をもたないために、専ら具体物の上で「量」の論をやっていくことになる。

こういうわけで、「重さ」「時間」は授業がやりにくい。

例えば、「重さを長さに表現する（視覚化する）」の装いで「重さと長さの同型」を扱おうとして、「バネに物をぶら下げる」を使おうとする。しかしこれは、素材の限界から、うまくはいかない。（例えば「重さを2倍にしたら伸びも2倍」をやりたいところだが、一定範囲内の重さにしか使えない——等々。）

もっともここは、「やりにくい」と思うよりは、「もともとそんなものだ」と思うところである。

一般に、量「○○」の単元構成はつぎのようになる：

○○は、大小が考えられる——○○は「量」のなかま
↓
○○を表す / 測る——単位を決めて、「単位がいくつ」に
↓
○○比較——測定値の数の大小比較で、できる
↓
○○の和——測定値の数の和で、求められる
↓

共有単位——公の単位

↓

その他

「重さ」も、この順番を踏む。

ここでは、「量」「重さ」の導入」の授業を示す。

(授業の主題の提示——課題提示を兼ねる)

T. 始めます。

T. 今日から、「重さ」の勉強に入ります。

T. きょう勉強することは、これです。

(板書)

重さは「……」だ。

「……」に、なにかことばを入ります。

(既習の押さえ)

T. 授業ではいつも、きょうの勉強に必要な既習の確認をしています。
これは、きょうの勉強の中身として、後からやります。

註：「数学を養う」では、「既習」のことばは、低学年から使えるも

のにしておく。即ち、「これまで勉強してきたこと」を「既習」と言います」の指導を、低学年でやってしまう。

(以上が「導入」と称している部分、以下「展開」と称する本題の部分に入る)

(課題解決)

T. ここに、同じ大きさの缶があります。
もってもらいましょう。
(生徒に手渡して)
どう？

C. こっちが重い。 T. で、こっちが……
C. 軽い。

T. (数人に試させて)
みんな、こっちが重くて、こっちが軽いつて。

T. いま「重い・軽い」が出てきたけど、前にこんなのやったね。
(右手左手で、親指と人差指の違う開きをパフォーマンス)

C. 長い・短い。 T. 長い・短いの大きさのことを、何て言った？
C. 長さ。

T. そして、(板書) 長さは「……」
C. 量！

注：「数学を養う」では、「量」のことばは、低学年から使えるものにしておく。即ち、「大きさ」のことを、数学のことばで「量」と言います」の指導を、低学年でやってしまう。

T. これまで、どんな「量」をやってきましたか？

C. 長さ、広さ、かさ、時間

T. これに、今回「重さ」が加わります。
5番目の「量」として、これから「重さ」を勉強していきます。

(「量」の概念を確認する趣で、これから勉強する内容を紹介)

T. 今日は「重さ」の最初の授業なので、これから「重さ」で勉強していくことを話します。

T. 「長さ」では、どんなことを勉強しました？

C. 長さを表す / 測る——単位を決めて、「単位がいくつ」に。
C. 長さを比べる——測った値で比べられる。
C. 長さを足す——測定値を足して、求められる。
C. 長さの共通の単位——「cm, m, km」。

T. 「かさ」「時間」でも、同じことをした。
「広さ」は、広さくらべを簡単にやっただけで、まだ「単位」まで行っていない。だけど、4年生になってから、同じことをします。
そして今回は、「重さ」で同じことをします。

T. 《長さを表す / 測る——単位を決めて、「単位がいくつ」》と同じだから……

C. 重さを表す / 測る——単位を決めて、「単位がいくつ」に。

T. 《長さを比べる——測った値で比べられる》と同じだから……

C. 重さを比べる——測った値で比べられる。

T. 《長さを足す——測定値を足して、求められる》と同じだから……

C. 重さを足す——測定値を足して、求められる。

T. 《長さの共通の単位》と同じだから……

C. 長さの共通の単位 T. そうということ。

(まとめ)

T. では、きょう勉強したことをまとめます。

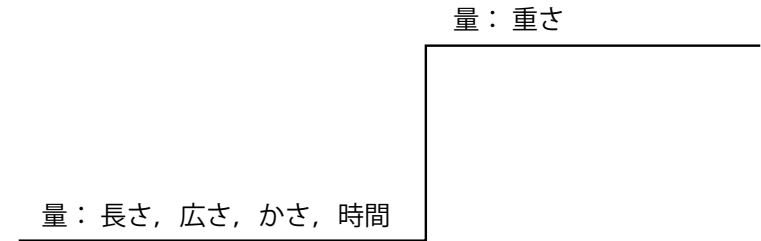
きょうは、「重さ」は「量」だということを、かくにんしました。
そして、「重さ」の勉強としてこれからすることを、あたまに入れてもらいました。

(振り返り)

T. 最後に、きょうの授業で、みんながどこからどこにきたか、確かめます。

T. 「量」は、これまで、長さ、広さ、かさ、時間を勉強してきました。
ということで、「重さ」は、5番目の「量」になります。

「重さ」の勉強はこれからということで、今日は「重さ」との出会いです。
(板書)



(次時の内容の予告)

T. きょうは重さを手で持って比べただけだったけど、つぎの時間は、なにか道具を使って重さを比べる方法がないか、考えてみます。

T. それでは、終わります。

例：「平均」

算数の「平均」は、数学の「微分積分」の内容になる。

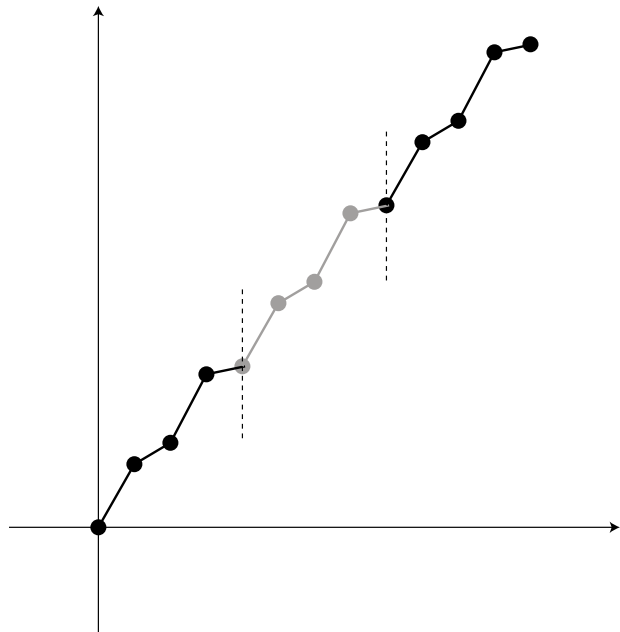
「微分積分」は、2つの順序稠密量の間関数から、論を開始する。
例えば、「速さ」が、〈時間〉と〈距離〉の間関数として、素材になる。

「平均」は、2つの離散量の間関数から、論を開始する。
例えば「得点力」が、「試合ごとの集計」の形で、〈試合数〉と〈得点〉の間関数として、素材になる。

「試合ごとの集計」には、2タイプの記述法が立つ。
「この試合終了までで累積何点」と「この試合は何点」である。
二つの記述は、互いに他から導ける。
前者から後者を導くのが、「微分法」である。
そして、後者から前者を導くのが、「積分法」である。

つぎに、二つのチームA、Bの得点力の比較を、主題にする。
比較の方法は、A、Bそれぞれで、集計データを「試合数-累積点数」の積分グラフに表し、そしてこのパターンをつぎのように繰り返し書き連ねてみることである：

(折れ線グラフにすると、見やすい)



一種の「大数の法則」がはたらいて、グラフは全体で「斜め一直線」に見えるものになる。

そして、A、Bそれぞれのグラフを比較してみる。

直線の傾きの緩急が、得点力の高低に対応する。

「斜め一直線」の微分は、「横一直線」である。

そしてこの「横一直線」のレベルの高低が、得点力の高低に対応する。

では、「斜め一直線」「横一直線」を導く操作はあるか？

これが「平均」である。

算数の「平均」の数学的位置づけは、以上のようなになる。

つぎに、「傾き」「レベル」の読み方を、主題にする。

「傾き」「レベル」は、「平均」したときの「1試合の点数」と一致している。

「1試合の点数」を、「単位あたり量」のことばで一般化する。

こうして、「平均」に「単位あたり量」がつかがる。

ただし、注意すべきこととして、「平均」は「単位あたり量」を用いるが、「単位あたり量」の概念は「平均」の概念を必要とするものではない。

これは、「比例関係」の概念が「平均」の概念を必要とするものではないのと、同じことである。

ここでは、「平均」の導入」の授業を示す。

(授業の主題の提示)

T. 始めます。

T. **きょう勉強することは、これです。**

(板書)「平均」。

(既習の押さえ)

T. **いまみんながどこまで来ているか、確認します。**

T. 前の授業では、(板書)「これまでとは違う量」を考えることになりました。

どんな量でしたっけ？

言い表し方も、練習しましたね。

C. 「2量が関係する量」

T. 全部で何回唱えたっけ？

C. 50回(；；)

註：ことばを身につけるのは、漢字を身につけるのと同じで、繰り返ししかない。

T. 「2量が関係する量」として、何を考えましたか？

C. 「得点力」——「試合数と得点」

C. 「卵のとれ高」——「日数と個数」

T. だいじょうぶだね。

T. そして授業の最後に、「得点力の高い・低いを、どうきめたらよいか？」をつぎの授業で考えると、予告しました。

T. それでは、今日の授業に入ります。

(以上が「導入」と称している部分、以下「展開」と称する本題の部分に入る)

(課題提示)

T. (板書) AチームとBチームは、どちらが得点力が高いといえるか？
(得点データの提示)

(課題解決)

T. どうぞ、解決してください。

C. (作業)

T. どうなりました？

C. 試合数が違うから、試合数をそろえてみる。

Aは5試合で15点、Bは6試合24点

Aは30試合で90点、Bは30試合120点

Bチームの方が得点力が高い。

C. 得点を全部足して試合数で割る。

1試合の得点がでるので、これで比べる。

Aは1試合で3点、Bは1試合4点

Bチームの方が得点力が高い。

T. 2つの考え方が出てきたけど、これで解決？

C. 解決。

T. 2つの考え方は、別々の考え方？

C. ……

T. 2つの考え方の関係が見られるように、これから作業してもらいます。

A, B両方のチームで、試合ごとの得点積み上げのグラフを作成する。

グラフは、折れ線グラフに。
データ分を書いたら、これを繰り返す。
(説明)

T. やること、わかった？

C. わかった。

T. では、作業開始。

C. (作業)

T. さあ、どうだろう。

C. Bの方が上になる。

T. 「試合数をそろえてみると、Bの方が得点が上」は、グラフに現れている？

C. 現れている。

T. 「Aは1試合で3点、Bは1試合4点」は、グラフに現れている？

C. 現れていない。

T. グラフ全体の形を見るために遠ざけて見ると、どんなふうに見える。

C. 直線に見える。

T. その直線を引いてごらん。

T. 「Bの方が上になる」は、どう言い換えられる？

C. 「傾きが大きい」。

T. で、いよいよ今日の授業の核心に近づいてきたんだけど、この傾きを言い表すとどうなるかな？

C. (作業)

注：「傾き」の表現が既習になっていることが、必要。

T. どうでしょう。

C. Aは5試合で15点、Bは6試合24点。

だから、Aは1試合で3点、Bは1試合4点。

T. グラフのここに、「Aは1試合で3点、Bは1試合4点」が現れているね。

T. 計算では、全得点を試合数で割るをやって、「Aは1試合で3点、Bは1試合4点」を出した。

計算とグラフの両方で、「Aは1試合で3点、Bは1試合4点」を出したけど、これを(授業の主題として板書した「平均」を指さして)「平均」を求めると言います。

どうして「平均」ということばになるのかは、つぎの時間に勉強します。

(練習)

T. 今日は、まだ内容が途中なので、練習としてすることは無し。

(まとめ)

T. では、きょう勉強したことをまとめます。

きょうは、得点力を比べることをやりました。

得点力は、「2量の関係する量」です。

その2量は、試合数と得点。

そして「1試合の得点で比べる」という方法に到達しました。

(板書)

得点力を比べる：1試合の得点で比べる

T. また「1試合の得点」を求めることを、「平均」を求めると言います。

(板書)

得点力を比べる：1試合の得点で比べる

↑

平均

(振り返り)

T. 最後に、きょうの授業で、みんながどこからどこまでできたか、確かめます。

T. きょうの勉強で必要だったのは、「2量の関係する量」として「得点力」を考えられること。

そして、得点力を比べられるところまでできました。

これは、「2量の関係する量」を比べられるところまでできた、ということ。

(板書)

「2量の関係する量」を比べる

「2量の関係する量」

(次時の内容の予告)

T. つぎの時間は、「平均」のことばの意味をやります。

T. それでは、終わります。

例：「比例関係」

→ 『「構成」知らずの勇み足：「比例」の現行定義の場合』

人が「一定」と表現するものを、数学にする。「比例関係」は、こうしてつくられる数学の一つである。「比例関係」の授業は、この内容を授業する。即ち、つぎの内容の授業になる：

1 「一定」

例えば、水流

これに、「流れ一定」のものとそうでないものを見る。

「流れ一定」を分析・構造化する。

「時間が 2, 3, …… 倍になるとき、体積が 2, 3, …… 倍になる」の表現に到達する。

2 「比例関係」

つぎに、表現「時間が 2, 3, …… 倍になるとき、体積が 2, 3, …… 倍になる」を、この「時間」「体積」のところを変項 (variable, 「変数」) にして、一般化する：

「2 量の間で、一方が 2, 3, …… 倍になるとき、
もう一方が 2, 3, …… 倍になる」

2 量に「時間」と「距離」をとれば、運動する物体の「速さ一定」の表現になる。

2量に「体積」と「重さ」をとれば、物の「均質」の表現になる。
 そこで、「2量の間で、一方が2, 3, …… 倍になるとき、もう一方が2, 3, …… 倍になる」は重要な形式だということで、これに名前を与える。——「比例関係」である。

3 「一定」(「比例関係」)の個別表現

「流れ一定」の水流は、チョロチョロの流れから大河の流れまで、多様・無限にある。

そこで、これらを区別する表現をつくることにする。

そして、「この時間にこの体積」の表現に到達する。

即ち、つぎのようになる：

一つの〈「流れ一定」の水流〉に対し、「この時間にこの体積」の対応を捉える。

対応する時間と体積のペア全体——集合Pとする——は、無限集合になる。

即ち、時間と体積のペア (t , v) がPに属するとき、Pはtのn倍とvのn倍のペア全体になっている。

しかしこのことは、同時に、「Pの要素一つを示すことがP全体を示すことになる」を意味する。

ここに、「5 デシリットル / 秒」タイプの表現の導入になる。

4 「比例定数」

「この時間にこの体積」の「この時間」と「この体積」は、実際には、時間の単位の何倍、体積の単位の何倍で表すことになる。

このとき、時間の単位と体積の単位をそれぞれ一つに固定し (例えば、秒と cm^3), 「この時間にこの体積」の対応から数値と数値の対応を導いてみる。

そして、この数と数の対応に何かきまりが見出されないか、と考える。

このとき、「一定数倍」のきまりに到達する。

即ち、秒の単位に対応する体積が $a \text{ cm}^3$ であるとき、数と数の対応は「a倍」になっている。

定数aを、「比例定数」と呼ぶ。

ここでは、「一定」(「比例関係」)の個別表現の授業を示す。

(授業の主題の提示)

T. 始めます。

T. きょう勉強することは、これです。

(板書)

いろいろな「流れ一定」がある。

互いに区別できる名前をつくろう。

註：授業者の主題のとらえは、主題提示の板書のことばで試される。

(既習の押さえ)

T. いまみんながどこまで来ているか、確認します。

T. 前々の授業では、いろいろな「流れ一定」を観察しました。
そのいろいろを言い表すのに、「勢いが強い・弱い」「流れが太い・細い」の言い方をしました。
それから、「流れ一定」って、どんなきまりだろうと考えました。
そして、そのきまりを求めてしまうところまで行っちゃいました。

T. きまりのことは、けっこう複雑で言いにくかったね。
それで、何回も唱えて身につけるようにしました。
全部で何回唱えたっけ？

C. 50回(；；)

註：「数学を養う」は、「身につける」については、体裁を考えない。
「元気を養う」では、これは「暗記」と称され、下の下の指導法と位置づけられるものである。

T. そして前回の授業では、「比例関係」が出てきました。
これは、「流れ一定」の一般化でした。
T. そして「比例関係」の意味の言い方を、何回も唱えて身につけるようにしました。
全部で何回唱えたっけ？

C. 50回(；；)

T. つぎの授業の最初に唱えるぞ、って予告したね。
では、言ってみよう。
C. 「2量の間の関係で、一方が2, 3, …… 倍になるとき、もう

一方が2, 3, …… 倍になる」

T. 「流れ一定」だと、これはどういう言い方になるの？

C. 「時間が2, 3, …… 倍になるとき、体積が2, 3, …… 倍になる」

T. だいじょうぶだね。
これが、今日の勉強に必要なものぜんぶ。

(以上が「導入」と称している部分、以下「展開」と称する本題の部分に入る)

(課題提示)

T. (水道の3つの蛇口から水を出して、3つの「流れ一定」をつくる。)ここに、3つの「流れ一定」があります。
それぞれ「流れ一定」ということで、いいね。
本日の課題は、この3つに、互いに区別できる名前をつけようというわけです。

(課題解決)

T. この問題は、実はとっかかりが難しいんだわ。
というわけで、そのとっかかりを先生がつくれます。

T. ストップウォッチと、1リットルビーカーを用意しました。

みんなに何をさせようというのでしょうか？

- C. 同じ時間にたまる水の量を測る
- C. たまる量が違ってくる。

T. では、どうぞ。

- C. (作業)

T. さすが、きちんと記録つけてるね。

時間を変えたりもしているね。

では、報告してもらいましょう。

- C. (報告)

T. さあ、どうだろう。

名前を考えるとっかかりになった？

- C. たぶん、「10秒で2デシリットル」とか言わせたいんだ。
- C. そうそう

T. では、命名してください。

- C. 「10秒で1.2デシリットル」「10秒で2.3デシリットル」「10秒で4.5デシリットル」

T. あら、できちゃったね。

だけど、時間を変えて測ったりもしたね。

「10秒で1.2デシリットル」の流れは、他にはどんな名前になる？

- C. 「5秒で0.6デシリットル」
- C. 「20秒で2.4デシリットル」

T. 「10秒で1.2デシリットル」「5秒で0.6デシリットル」「20秒で2.4デシリットル」は、同じ流れを指す名前になってないとまずいぞ。だいじょうぶ？

まずいかだいじょうぶか、考えて。

- C. だいじょうぶ。

- C. 「10秒で1.2デシリットル」は、「5秒で0.6デシリットル」「20秒で2.4デシリットル」。

- C. どれで言っても同じことになる。

T. 「10秒で○デシリットル」だと、測らなくても「5秒で0.6デシリットル」「20秒で2.4デシリットル」になるということ？

- C. そう。

- C. 「時間が2, 3, ……倍になるとき、体積が2, 3, ……倍になる」

T. じゃあ、実際に測らなくても名前をつくれるということをやってみますか。

第4の流れとして「3秒で6デシリットル」を考えます。

計算を簡単にするために、数値を簡単にしました。

名前の候補を20個、つくってください。

- C. (作業) (; ;)

T. その中で、いちばん使いやすそうな名前といたら、どれになりそう？

- C. 「1秒で2デシリットル」。

T. 実はこれで、本日の授業のゴールに来ちゃいました。

生活では、時間の方を単位にした名前を使うのが、慣習になっています。

このとき「1秒で2デシリットル」は(板書)「2デシリットル/秒」のように書くんだけど、これについてはまた後の授業で。

(練習)

T. 今日は、「第4の流れ」で練習を兼ねたから、特に練習は無し。

(まとめ)

T. では、きょう勉強したことをまとめます。

きょうは、いろいろな「流れ一定」に対して、互いに区別できる名前をつくることをやりました。

名前の形は、「時間に体積を対応させる」でした。

(板書)

「流れ一定」に名前をつける：「時間に体積を対応させる」

(振り返り)

T. 最後に、きょうの授業で、みんながどこからどこまで来たか、確かめます。

T. きょうの勉強で必要だったのは、「流れ一定」を「時間が2, 3, ……倍になるとき、体積が2, 3, ……倍になる」に言い表せること。そして、「流れ一定」に名前をつけるところまでできました。

名前のつけ方は、「時間に体積を対応させる」です。

(板書)

「流れ一定」の名前：
時間と、対応する体積

「流れ一定」：

「時間が2, 3, ……倍になるとき、
体積が2, 3, ……倍になる」

(次時の内容の予告)

T. さて、つぎの時間は何をするかですが……

「流れ一定」は、比例関係の一つでした。

そこでつぎは、他の比例関係についても、今日やったのと同じことをやってみることにします。

例えば、車の速さに名前をつけるとか、です。

T. それでは、終わります。

宮下英明 (みやした ひであき)

1949年、北海道生まれ。東京教育大学理学部数学科卒業。筑波大学博士課程数学研究科単位取得満期退学。理学修士。金沢大学教育学部助教授を経て、現在、北海道教育大学教育学部教授。数学教育が専門。

註：本論考は、つぎのサイトで継続される（この進行に応じて本書を適宜更新する）：

<http://m-ac.jp/me/teaching/fate/>

算数の授業は、なんであなののか

2014-01-26 初版アップロード (サーバー：m-ac.jp)

著者・サーバ運営者 宮下英明

サーバ m-ac.jp

<http://m-ac.jp/>
m@m-ac.jp
